

## EUTOCIUS D'ASCALON ET LA MESURE DU CERCLE D'ARCHIMÈDE

Le mathématicien Eutocius d'Ascalon<sup>1</sup> est une figure bien connue de la littérature scientifique du VI<sup>e</sup> siècle<sup>2</sup>. Ses commentaires sur Archimède constituent un témoignage irremplaçable sur les recherches engagées par les anciens géomètres grecs dans le domaine des constructions géométriques. Son édition commentée du traité des *Coniques* d'Apollonius de Perge, consacrée aux quatre premiers Livres<sup>3</sup>, a joué un rôle prépondérant dans la transmission de l'ouvrage du mathématicien<sup>4</sup>. On doit sans doute à la diffusion de cette édition la conservation des Livres I-IV en langue grecque ; mais c'est aussi parce qu'Eutocius a rendu accessibles ces quatre Livres que, par voie de conséquence, les exemplaires du traité entier se sont raréfiés à la fin de l'Antiquité<sup>5</sup>. D'où le résultat que l'on connaît : le monde grec ne nous a pas transmis l'ouvrage complet, alors qu'au IX<sup>e</sup> siècle, à Bagdad, on a pu disposer d'un manuscrit contenant les Livres I à VII<sup>6</sup>. Les commentaires d'Eutocius ont donc joué un rôle historique impor-

---

1. Il était originaire de la ville d'Ascalon, en Syrie, d'après les titres donnés à ses différents commentaires dans les manuscrits.

2. Eutocius d'Ascalon a été l'élève du philosophe alexandrin Ammonius, et s'est lui-même exercé à l'exégèse d'Aristote. Il appartient donc à un milieu scientifique bien identifié ; voir M. DECORPS-FOULQUIER, *Recherches sur les Coniques d'Apollonius de Pergé et leurs commentateurs grecs*, Klincksieck, Paris, 2000, p. 61-67, et l'article de R. Goulet dans R. GOULET (éd.), *Dictionnaire des philosophes antiques*, III, Paris, 2000, p. 392-396 (n° 175).

3. Ils sont désignés comme des Livres d'« Éléments » dans la préface générale d'Apollonius.

4. Pour une vue d'ensemble sur la tradition grecque d'Apollonius, voir mon *Introduction* à l'édition critique du Livre I, *Apollonius de Perge, Coniques*, tome 1.2, W. de Gruyter, Berlin - New York, 2008, p. IX-LXXII.

5. L'ouvrage contenait originellement huit Livres. Le Livre VIII s'est perdu, et sans doute relativement tôt, car les mathématiciens de la fin de l'Antiquité n'attestent que médiocrement son existence.

6. L'information est donnée dans la préface des Banū Mūsā, qui ont présidé à la traduction des *Coniques*, voir l'édition critique de R. RASHED du Livre I, *Apollonius de Perge, Coniques*, tome 1.1, W. de Gruyter, Berlin - New York, 2008, p. 501-507.

tant dans la transmission du patrimoine scientifique grec. D'autre part, sans parler de leur intérêt intrinsèque, ils constituent de précieux témoins indirects de l'œuvre d'Archimède et d'Apollonius.

La présente étude<sup>7</sup> s'attache plus particulièrement au traité de la *Mesure du cercle* d'Archimède. Le commentaire d'Eutocius à cet ouvrage bien connu offre un bon exemple de l'intérêt qu'il y a à interroger l'ouvrage de l'exégète quand on veut saisir les différentes étapes de l'histoire d'un texte.

Il est important auparavant de préciser dans quelle tradition s'inscrit la pratique exégétique et éditoriale d'Eutocius.

### La pratique exégétique et éditoriale d'Eutocius

Les commentaires sur Archimède<sup>8</sup> permettent de se faire une idée relativement précise de la méthode exégétique d'Eutocius. J'ai relevé dans une étude antérieure<sup>9</sup> les éléments qui permettent de la caractériser. Il suffit de rappeler ici qu'elle perpétue la tradition alexandrine du commentaire (ὀρόμνημα), qui éclaire et justifie à la fois le texte de l'auteur.

Les mêmes commentaires, en particulier celui du Livre II du traité *De la sphère et du cylindre*, permettent également de juger des principes suivis par Eutocius en matière éditoriale. Ils offrent, en effet, à Eutocius l'occasion de s'intéresser à des problèmes qui ont une histoire dans la pensée mathématique de l'Antiquité. Souhaitant donner à son lecteur toutes les informations nécessaires, il a recherché les anciennes solutions à ces problèmes et entrepris de les éditer dans son commentaire<sup>10</sup>.

---

D'après la même préface, ils avaient acquis en Syrie une copie de l'édition d'Eutocius.

7. Une première version de ce travail a fait l'objet d'une communication au colloque *Archimède e le sue fortune* (Syracuse, 24-26 juin 2008).

8. Il s'agit des commentaires aux trois traités *De la sphère et du cylindre*, la *Mesure du cercle* et *De l'équilibre des figures planes*. Ils ont été édités par J. L. HEIBERG, *Archimedis Opera omnia*, III, 1915. Voir également l'édition de Ch. MUGLER dans la CUF, *Archimède*, IV, 1972. Les deux premiers commentaires sont des œuvres de jeunesse et sont antérieurs à l'édition commentée des *Coniques*.

9. « Eutocius d'Ascalon éditeur du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé et l'exigence de clarté », dans G. ARGOUD, J. Y. GUILLAUMIN (éd.), *Sciences exactes et sciences appliquées à Alexandrie*, Saint-Étienne, 1998, p. 87-101.

10. Son commentaire au traité *De la sphère et du cylindre* est également un témoin indirect précieux pour le texte des *Coniques*. Comme les intersections de sections coniques sont utilisées dans les solutions qu'il rassemble, Eutocius est amené à se référer de manière précise au traité d'Apollonius. Il a recours pour cela aux éditions de son époque. Ses références nous renvoient donc à un état du traité d'Apollonius antérieur à sa propre édition.

On sait ainsi toute la peine qu'il a prise pour retrouver et éditer les solutions anciennes au problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux droites données, considéré par Archimède comme résolu dans *Sphère et cylindre*, II.1 ; il a fait les mêmes efforts pour rechercher et exposer les solutions du problème auquel Archimède avait ramené la division d'une sphère dans sa proposition *Sphère et cylindre*, II.4. On le voit faire face, à l'occasion de ces recherches, aux mêmes difficultés que nos plus anciens grammairiens d'Alexandrie. Il lui faut rendre lisibles des textes souvent corrompus en éliminant les fautes de copie, les traits dialectaux, et en exerçant son sens critique pour valider ou pas l'authenticité des solutions retrouvées.

Il se trouve que, pour certaines des solutions exposées dans le commentaire au traité *De la sphère et du cylindre*, on a les moyens aujourd'hui de vérifier la fidélité avec laquelle Eutocius reproduit le texte de ses sources. C'est le cas pour la solution du mathématicien Dioclès au problème de la proposition *Sphère et cylindre*, II.4. La tradition arabe nous a, en effet, transmis une version de l'ouvrage du catoptricien dans lequel Eutocius a puisé la solution qu'il lui rapporte. Il s'agit du traité des *Miroirs ardents*<sup>11</sup>. Avant d'exposer la solution de Dioclès, Eutocius cite le préambule qui la précède et qui constitue la proposition 7 du traité transmis<sup>12</sup>. Voici comment Eutocius introduit sa citation du préambule<sup>13</sup> :

Γράφει δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς ἐν τῷ Περὶ πυρίων προλέγων τάδε [...].

Dioclès, quant à lui, dans son traité sur les *Miroirs ardents*, commence par écrire cela [...].

La citation qui suit reproduit mot pour mot les explications préliminaires de Dioclès. On peut donc avoir la certitude que lorsqu'Eutocius dit explicitement citer sa source, comme c'est le cas ici, il ne la paraphrase pas, mais la reproduit littéralement.

On a une confirmation indirecte de cette observation dans la suite du commentaire. Après la citation du préambule, Eutocius expose la solution proprement dite de Dioclès (= prop. 8 des *Miroirs ardents*), sans nous dire qu'il la cite expressément. La comparaison avec le texte de Dioclès montre effectivement que nous n'avons plus ici une reproduction fidèle d'un texte, mais une rédaction à l'intention des lecteurs du commentaire. On trouve

---

11. La traduction arabe a été éditée pour la première fois (avec traduction anglaise) par G. J. TOOMER, *Diocles On Burning Mirrors*, Berlin - Heidelberg - New York, 1976. Une nouvelle édition en est proposée par R. RASHED dans la CUF, *Les catoptriciens grecs*, Paris, 2000, p. 98-141.

12. Éd. R. Rashed, p. 119-121.

13. Éd. Heiberg, III, p. 160, p. 4-5.

ainsi dans la version eutocienne les étapes intermédiaires omises dans la démonstration de Dioclès, la rédaction de la *synthèse*, et le lemme relatif à la construction d'une hyperbole d'asymptotes données. Eutocius met ici en application les principes éditoriaux formulés plus haut dans son commentaire, avant l'exposé des différentes solutions au problème d'Archimède<sup>14</sup> : quand les écrits retrouvés sont fautifs ou d'une lecture difficile, il s'accorde le droit de les corriger ou d'en proposer « une rédaction plus usuelle et plus claire » (κοινωτέρῃ καὶ σαφεστέρῃ [...] λέξει γράφομεν), et cela, toujours dans le but de mieux faire apparaître le procédé de démonstration.

L'exemple de la solution de Dioclès montre très clairement la différence entre une citation littérale et une rédaction. Ce qui fait toute la valeur de ce témoignage, c'est qu'il ne provient pas d'un commentaire d'Eutocius au traité de Dioclès. Il n'y a donc pas entre le texte de Dioclès et la citation qui en est faite par Eutocius la même proximité qu'entre le texte des propositions d'Apollonius ou d'Archimède et les extraits qui en sont reproduits dans le commentaire d'Eutocius (les lemmes, au sens philologique du terme). Dans l'exemple de la solution de Dioclès, il n'est pas à craindre que des éditeurs tardifs aient voulu mieux faire correspondre le texte primaire (celui de l'auteur) et le texte secondaire (celui du commentateur).

L'assurance que nous avons qu'Eutocius reproduit mot à mot le texte de l'auteur, quand il dit lui-même le citer expressément, est essentielle dans l'utilisation de ses commentaires comme témoins indirects de la tradition textuelle d'Archimède ou d'Apollonius.

### **Le témoignage d'Eutocius sur Archimède**

Avant de passer au commentaire d'Eutocius sur la *Mesure du cercle*, voyons de manière plus générale les enseignements que l'on peut tirer des commentaires d'Eutocius pour l'histoire du texte d'Archimède.

Les commentaires d'Eutocius peuvent être utilisés comme des témoins indirects à la fois pour situer dans le temps la constitution du *corpus* d'Archimède qui nous a été transmis, et pour étudier les traditions textuelles attachées à ce *corpus*.

On sait que les ouvrages qui ont pu être conservés en grec ont été transmis, de manière groupée, au sein de trois *corpus* médiévaux dont l'âge et le contenu diffèrent<sup>15</sup>. Ce sont :

14. Éd. Heiberg, III, p. 130, 17 - 132, 18.

15. Sur l'histoire du texte grec d'Archimède, les *Prolegomena* placés en tête du volume III de l'édition de J. L. Heiberg (1915) restent l'étude fondamentale. Pour une

- le manuscrit de l'humaniste vénitien Giorgio Valla (le fameux manuscrit A), qui a disparu autour de 1600<sup>16</sup>. Plusieurs copies de la Renaissance, dont la plus ancienne est le manuscrit de Bessarion, le *Marcianus* 305 (E)<sup>17</sup>, en offrent une image fidèle. Les copistes et les possesseurs de ces exemplaires ont fourni des indications précieuses sur leur modèle et permettent de dater le manuscrit A du milieu du IX<sup>e</sup> siècle<sup>18</sup>.

- le tout aussi fameux palimpseste du métouchion constantinopolitain du Saint-Sépulcre de Jérusalem, réapparu aujourd'hui, et qu'Heiberg avait découvert lui-même, à Constantinople, en 1906. Les traités d'Archimède ont été copiés au milieu ou dans la seconde moitié du X<sup>e</sup> siècle<sup>19</sup>. Ils représentent une tradition qui ne dépend pas de A<sup>20</sup>.

- l'autographe de la traduction latine de Guillaume de Moerbeke, l'*Ottobonianus lat.* 1850, qui fut identifié en 1884 par V. Rose<sup>21</sup>. L'étude

vue d'ensemble sur la tradition d'Archimède, voir E. J. DIJKSTERHUIS, *Archimedes (with a new bibliographic essay by Wilbur R. Knorr)*, Princeton, 1987. Autre ouvrage incontournable, celui de Wilbur R. KNORR, *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*, Boston, 1989, en particulier la partie III, consacrée à la *Mesure du cercle*.

16. À la mort de Giorgio Valla en 1500, le manuscrit suit la destinée de la collection, qui est achetée par Alberto Pio, prince de Carpi. À sa mort, en 1531, la collection devient la propriété de son neveu, Rodolfo Pio, le futur cardinal. Le manuscrit figure dans l'inventaire établi après la mort du cardinal, le 2 mai 1564 ; cf. G. MERCATI, *Codici latini Pico Grimani Pio [...] e codici greci Pio di Modena [...]* (*Studi e Testi* 75), Città del Vaticano, 1938, p. 233 (n° 161). Mais il n'est plus répertorié dans les plus anciens inventaires de la Biblioteca Estense de Modène, qui a recueilli, peu avant 1600, les manuscrits grecs de la collection Pio. Sur la connaissance du manuscrit par les érudits de la Renaissance, voir P. L. ROSE, « For the History of Codex A of Archimedes: Notes on the Estense, Carpi and Ridolfi Libraries », *Manuscripta* 21 (1977), p. 180-183.

17. Le copiste est identifié dans le catalogue de E. Mioni. Il s'agirait du copiste crétois Georges Trivizias, l'un des copistes du Cardinal Bessarion, ce qui situe la copie entre 1455 et 1468 (cf. E. GAMILLSCHEG, D. HARLFINGER, P. ELEUTERI, *Repertorium der griechischen Kopisten 800-1600*, Vienne, 1997, III A. 123).

18. Voir J. L. HEIBERG, *op. cit.* (n. 8), *Prolegomena*, p. IX-XLIII. Voir également l'article de J. IRIGOIN, « Une écriture d'imitation : le *Laurentianus* 28, 4 d'Archimède », *Bollettino della Badia Greca di Grottaferrata* 54 (2000), p. 307-317.

19. Voir N. G. WILSON, « Archimedes: The Palimpsest and the Tradition », *Byzantinische Zeitschrift* 92 (1999), p. 89-101 et planches IV-IX, ainsi que le catalogue de vente publié par Christie's (29 octobre 1998). Voici l'ordre de succession des traités, tel qu'il a pu être reconstitué (le doute subsiste pour le placement du bifolio contenant les fragments conservés de la *Mesure du cercle* et du *Stomachion*) : *Équilibre des Plans, Corps flottants, Méthode, Spirales, Sphère et cylindre, Mesure du cercle, Stomachion*.

20. Voir J. L. HEIBERG, *op. cit.* (n. 8), *Prolegomena*, p. LXXXVIII-XC.

21. V. ROSE, « Archimedes im Jahre 1269 », *Deutsche Literaturzeitung* 5 (1884), col. 212-213. Voir R. WIELOCKX, « Quelques remarques codicologiques et paléographiques au sujet du MS. Vaticano *Ottob. lat.* 1850 », dans J. BRAMS, W. VANHAMEL

de la traduction et des notes marginales de première main <sup>22</sup> ont montré que Moerbeke avait fondé sa traduction sur le manuscrit A, mais qu'il avait changé de manuscrit de base pour sa traduction des deux traités *Sur l'équilibre des figures planes* et la *Quadrature de la parabole*. Selon l'hypothèse de J. L. Heiberg, ce dernier manuscrit (B), qui ne dépend pas de A <sup>23</sup>, serait l'exemplaire, aujourd'hui disparu, que le catalogue de 1311 de la bibliothèque papale avait répertorié sous le numéro 608 <sup>24</sup>. Heiberg a supposé qu'il avait également fourni à Moerbeke le texte du traité des *Corps flottants* <sup>25</sup>.

Les trois *corpus* conservés sont ou représentent des témoins de date ancienne. Leur ancienneté et leur indépendance mutuelle (exception faite pour les traités que Moerbeke a traduits sur A) posent la question de l'origine des regroupements opérés. Remontent-ils à la fin de l'Antiquité ou doivent-ils être rapportés aux efforts qu'ont déployés les premiers humanistes byzantins pour rassembler et sauvegarder des traités épars ou encore des morceaux de collections d'origine diverse ? Ce n'est pas le lieu ici de traiter de ces questions, qui doivent être néanmoins posées. Les réponses sont à chercher dans l'analyse des états de texte conservés dans chacun des ouvrages ainsi regroupés <sup>26</sup>.

Le travail exégétique d'Eutocius sur Archimède constitue un quatrième témoignage qui s'ajoute aux précédents. Même s'il est malheureusement trop partiel, son ancienneté fait sa valeur. Les informations que donne Eutocius sur ses lectures, les traités auxquels il fait référence, les citations plus ou moins précises qu'il peut en faire, sont autant de points de repère pour tenter de déterminer quels ouvrages d'Archimède étaient en circulation à la fin de l'Antiquité, et connaître leur mode de transmission.

---

(éd.), *Guillaume de Moerbeke : recueil d'études à l'occasion du 700<sup>e</sup> anniversaire de sa mort (1286)*, Louvain, 1989, p. 113-133. Le manuscrit contient dans l'ordre la traduction des traités suivants : *Spirales*, *Équilibre des plans*, *Quadrature de la parabole*, *Mesure du cercle*, *Sphère et cylindre*, commentaire d'Eutocius au traité *De la sphère et du cylindre*, *Conoïdes et Sphéroïdes*, commentaire d'Eutocius au traité *De l'équilibre des plans*, *Corps flottants*.

22. Voir J. L. HEIBERG, *op. cit.* (n. 8), *Prolegomena*, p. XLIII-LVIII, et M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages. II: The Translations from the Greek by William of Moerbeke*, Philadelphie, 1976.

23. Voir J. L. HEIBERG, *op. cit.* (n. 8), *Prolegomena*, p. LVI.

24. *Ibid.*, p. LVII.

25. *Ibid.*, p. LIV. Le texte auquel a eu accès Moerbeke est nettement plus dégradé que le texte copié dans le palimpseste. On y trouvait un certain nombre d'abréviations tachygraphiques, dont Moerbeke donne un aperçu dans ses marges (καί, ἄρα, τρίγωνον, éd. Heiberg, II, 321, 17, 21 ; 378, 1 ; 410, 14).

26. Sur cette problématique, voir J. IRIGOIN, « Quelques réflexions sur le concept d'archétype », *Revue d'Histoire des Textes* 7 (1977), p. 235-245.

Quant à l'importance du témoignage d'Eutocius sur la tradition textuelle des traités d'Archimède, elle se mesure à l'omniprésence des références au commentateur dans les considérations philologiques de l'éditeur Heiberg<sup>27</sup>. L'utilisation des commentaires d'Eutocius comme témoins indirects du texte est d'autant plus facilitée qu'Eutocius serre de près le texte d'Archimède, dont il cite des passages étendus<sup>28</sup>. C'est moins le cas dans son commentaire des *Coniques*, sans doute parce que le commentaire était marginal et que ses lecteurs avaient le texte d'Apollonius devant les yeux.

### Le témoignage d'Eutocius sur la *Mesure du cercle*

#### 1. L'attestation d'un premier groupement des traités d'Archimède

La préface du commentaire sur la *Mesure du cercle* montre qu'Eutocius s'inscrit déjà dans une tradition établie en s'intéressant au traité de la *Mesure du cercle* tout de suite après son commentaire du traité *De la sphère et du cylindre*. Ce choix semble s'imposer à lui et devait être dicté par l'existence d'éditions qui regroupaient déjà les deux traités. Le début de la préface est à cet égard très révélateur, à la condition de bien en percevoir la syntaxe, qui n'est pas des plus claires. Voici le texte<sup>29</sup> :

Ἐχόμενον ἂν εἶη τὸν ἐμὸν πληροῦντι σκοπὸν τοῖς σαφεστέροις καὶ βραχυτέρας ἐπιστάσεως δεομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι καὶ τὰ ὁπωσοῦν ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δεόμενα τὸν δυνατὸν τρόπον συνεχῆ ποιεῖν τοῖς πρότερον ὑφ' ἡμῶν ἐν τῷ Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου γεγραμμένοις, εὐχῆς ὡς ἀληθῶς ἀξίου τυγχάνοντος τοῦ καὶ τοῖς μείζονσι καὶ πλείονος φροντίδος δεομένοις ἐπιστῆναι. Εἶη δ' ἂν ὡς πρὸς τὸ προκειμένον ἐφεξῆς τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίδιον Κύκλου μέτρησιν τὴν ἐπιγραφὴν ἔχον, ἐν ᾧ τὴν πρόθεσιν τάνδρὸς ἐξ αὐτῆς τῆς ἐπιγραφῆς γνωρίζομεν.

---

27. Le grand savant a consacré beaucoup de temps et d'énergie au rassemblement et à l'édition critique du *corpus* d'Archimède et des trois commentaires d'Eutocius. En témoignent ses *Quaestiones Archimedae* (1879), sa première édition (1880-1881), son étude du palimpseste dans le volume 42 de la revue *Hermes* (1907), et sa seconde édition en trois volumes (1910-1915), intégrant la traduction de Guillaume de Moerbeke et le palimpseste. Il a également consacré, en 1880, des notes critiques au travail d'Eutocius dans le Supplément XI du *Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik*.

28. Il faut garder à l'esprit néanmoins que le commentaire d'Eutocius au traité *De la sphère et du cylindre* et le commentaire sur la *Mesure du cercle* ont été transmis dans l'édition d'Isidore de Milet (l'oncle ou le neveu), d'après quatre mentions interpolées par un disciple d'Isidore, sans que nous puissions dire quelles modifications ont été apportées au texte d'Eutocius, à cette occasion ; voir ma discussion dans *Recherches sur les Coniques...*, *op. cit.* (n. 2), p. 62-63.

29. Éd. Heiberg, III, 228, p. 1-11.

Je poursuis la réalisation du but que je me suis fixé et passe <sup>30</sup> à une œuvre d'Archimède moins difficile et réclamant un examen plus bref ; il est donc logique que, même les parties de cette œuvre qui peuvent demander un travail plus poussé, je les rattache, dans la mesure du possible, aux considérations que j'ai développées plus haut dans mon commentaire sur le traité *De la sphère et du cylindre*, tout en désirant ardemment porter mon examen sur des traités plus importants et demandant plus de réflexion. Mon but m'amène tout de suite au petit traité d'Archimède intitulé *La mesure du cercle*, dont le titre suffit à nous faire connaître l'intention de l'auteur.

Eutocius nous dit dans l'ordre 1) qu'il souhaite réaliser le but qu'il s'est fixé (c'est-à-dire commenter l'œuvre d'Archimède) : τὸν ἐμὸν πληροῦντι σκοπὸν ; 2) que la réalisation de ce but le fait tomber sur un traité d'Archimède moins compliqué (*s.-e.* que le traité précédent) et réclamant un examen moins poussé : τοῖς σαφεστέροις [...] ἐντυγχάνοντι <sup>31</sup> ; 3) qu'il lui semble donc naturel de relier, autant que faire se peut, le commentaire de cet ouvrage à ses considérations précédentes sur le traité *De la sphère et du cylindre*, même pour les parties un peu plus difficiles : ἐχόμενον ἂν εἶη [...] συνεχῆ ποιεῖν [...] γεγραμμένοις ; 4) et cela, sans préjudice du désir qu'il a de passer aux traités d'Archimède plus importants : εὐχῆς [...] ἐπιστῆναι ; 5) que dans le cadre de la tâche entreprise (ὡς πρὸς τὸ προκείμενον), il est conduit à examiner à la suite (ἐφεξῆς) <sup>32</sup> un petit traité (βιβλίδιον) d'Archimède intitulé *La mesure du cercle*.

Il est clair qu'Eutocius, qui fait ses premières armes de commentateur, a très envie de s'attaquer à des traités difficiles ; la même impatience est perceptible dans la préface du commentaire au traité *De la sphère et du cylindre*. Dans ces conditions, s'il décide, malgré tout, après avoir commenté ce traité complexe, de s'arrêter sur le petit ouvrage de la *Mesure*

30. Les deux participes au datif πληροῦντι et ἐντυγχάνοντι sont accordés à un μοι sous-entendu, complément du syntagme discontinu ἐχόμενον ἂν εἶη [...] ποιεῖν.

31. L'emploi du pluriel est emphatique. Eutocius parle bien ici d'un seul traité, celui qu'il va commenter, à savoir la *Mesure du cercle*. Les deux comparatifs sont relatifs et doivent s'entendre par rapport à l'œuvre précédente, à savoir le traité *De la sphère et du cylindre*.

32. La traduction de Mugler à cet endroit (« ce qui va suivre est donc mon commentaire au traité suivant ») est inexacte, car il faudrait que l'adverbe ἐφεξῆς soit enclavé pour avoir un tel sens. L'immédiateté dont il s'agit doit se comprendre dans le cadre du programme de travail que s'est fixé Eutocius, et qu'il rappelle dans la séquence précédente (ὡς πρὸς τὸ προκείμενον) : il a commencé par le traité *De la sphère et du cylindre* ; il commentera à la suite le traité sur la *Mesure du cercle*. L'adverbe ne dit pas que les deux traités se suivaient dans les manuscrits. Mais c'est sans doute parce qu'ils se suivaient qu'Eutocius les commente l'un à la suite de l'autre.

*du cercle*, qui lui semble relativement simple, c'est pour une raison. À aucun moment, Eutocius ne justifie par leur contenu réciproque le fait de commenter les deux ouvrages l'un à la suite de l'autre<sup>33</sup>. À la lecture de ses explications, on se doute que c'est parce notre petit traité figure à la suite dans ses manuscrits, et qu'il n'y perdra pas trop de temps, puisqu'il pourra renvoyer à ce qu'il a déjà écrit dans son commentaire précédent ; les deux raisons (l'occasion et la commodité) convergent<sup>34</sup>, comme on le voit. C'est donc d'abord aux hasards de la lecture (ἐντυγχάνοντι), qu'on doit le commentaire de la *Mesure du cercle*, et cette occasion ne peut naître que de la place de l'ouvrage dans les manuscrits dont dispose Eutocius.

Je pense qu'on peut avoir par ce témoignage la quasi-certitude qu'à l'époque d'Eutocius, on avait déjà regroupé les deux traités dans la chaîne de transmission.

## 2. Le témoignage sur le contenu

Il n'est pas nécessaire de revenir sur la vision juste qu'avait Paul Tannery de cet opuscule<sup>35</sup>, tel que l'ont transmis nos sources grecques, et que partagent les historiens des sciences contemporains. Ce petit ouvrage, qui rassemble trois résultats archimédiens<sup>36</sup> capitaux, est né des besoins de l'enseignement et ne peut représenter la rédaction primitive du mathématicien.

Parmi les anomalies relevées figure en première place, outre l'absence de préface et une rédaction très négligée, soulignée par Heiberg dès ses premières notes au traité<sup>37</sup>, le fait que la proposition 2 utilise le résultat

33. Le ton et les arguments sont tout autres lorsqu'Eutocius, dans sa préface au traité *De la sphère et du cylindre*, explique à Ammonius les raisons qui l'ont conduit à commencer par un ouvrage aussi difficile.

34. Dans son interprétation de la préface d'Eutocius (*op. cit.* [n. 15], p. 527-528), Knorr ne prête attention qu'à l'une de ces deux justifications, à savoir qu'Eutocius pourra relier son commentaire de la *Mesure du cercle* à son commentaire précédent. Il en tire l'hypothèse (*op. cit.*, p. 808), que la réunion des deux traités d'Archimède dans la tradition médiévale est une conséquence du choix d'Eutocius ; c'est donc, pour Knorr, l'édition par Isidore de Milet des deux commentaires d'Eutocius qui est la cause directe du regroupement des deux traités dans nos corpus médiévaux. Une relecture plus attentive de la préface d'Eutocius change cette perspective.

35. P. TANNERY, « Sur la mesure du cercle d'Archimède », *Mémoires scientifiques*, III, 19, 1882, p. 226.

36. Le résultat de la proposition 3 est cité dans l'*Arénaire* (éd. Heiberg, II, 230, p. 4-6), et celui de la proposition 1 dans la *Méthode* (*ibid.*, 446, 10-12). Voici la citation de la *Méthode* : [...] πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου [...], « [...] tout cercle est équivalent à un triangle qui a pour base la circonférence du cercle et dont la hauteur est égale au rayon du cercle [...] ».

37. *Op. cit.*, I, p. 233.

démontré dans la proposition 3, qu'elle ne distingue pas dans la *protase* entre valeurs exactes et valeurs approchées, qu'on ne trouve plus la proposition sur l'aire du secteur circulaire que Héron lisait dans l'ouvrage (*Metrica*, I, 37) <sup>38</sup>.

Eutocius ne semble pas avoir eu accès à un traité plus développé, puisqu'il utilise le diminutif βιβλίδιον et commente les seules propositions 1 et 3. À son époque, l'opuscule ne devait pas avoir non plus de préface, car, dans sa présentation de l'ouvrage, Eutocius remarque que « le titre suffit à nous faire connaître l'intention de l'auteur » <sup>39</sup>. On peut déduire aussi de ses citations du texte qu'on n'y trouvait plus de trait dialectal. Enfin, le titre sous lequel Eutocius connaissait l'opuscule nous donne un point de repère précieux, puisqu'il correspond à celui que donne Héron dans la proposition I, 26 des *Metrica* (ἡ τοῦ κύκλου μέτρησις) <sup>40</sup>.

### 3. Le témoignage sur la rédaction

La confrontation du commentaire d'Eutocius avec nos sources directes et indirectes donne des éléments d'information qui, me semble-t-il, doivent être davantage exploités pour déterminer les dernières étapes de l'histoire du texte de ce petit traité.

Le texte de la *Mesure du cercle* a été traduit en arabe dès la première moitié du IX<sup>e</sup> siècle, et sa diffusion a donné naissance à une très riche littérature mathématique (traductions, recensions, commentaires et compilations), qui a également nourri la tradition latine et hébraïque du traité. Sans préjuger du nombre de traductions arabes faites sur le grec au cours du IX<sup>e</sup> siècle <sup>41</sup>, la tradition arabo-latine dont il est question ici est la tradition que représente le manuscrit d'Istanbul Fatih 3414 (f. 2v-6v) <sup>42</sup> et la traduction latine attribuée à Gérard de Crémone, dont le meilleur représentant est le *Parisinus lat.* 9335 <sup>43</sup>.

38. L'aire du secteur circulaire est donnée à la fin de la proposition 1 dans la tradition arabo-latine et hébraïque.

39. Éd. Heiberg, I, 228, 10-11.

40. Il faut noter ici que, dans le plus ancien témoin de A, le *Marcianus gr.* 305, il n'y a pas de titre. Une main postérieure a noté en marge κύκλου μέτρησις (f. 33r).

41. Voir sur cette question, R. RASHED, « Al-Kindī's commentary on Archimedes' "The Measurement of the circle" », *Arabic Sciences and Philosophy* 3 (1993), p. 7-53.

42. Cf. F. SEZGIN, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, V, Leyde, 1974, p. 131.

43. Les folios du manuscrit Fatih 3414 sont reproduits en fac-similé dans l'ouvrage précité de W. R. KNORR (n. 15), p. 455-463. La traduction latine attribuée à Gérard de Crémone est éditée, traduite et commentée par M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages*, op. cit. (n. 22), I, p. 30-58.

L'érudition moderne a contribué à enrichir de manière très significative le traitement de la question des sources textuelles. La comparaison d'ensemble des sources grecques, arabes, latines et hébraïques de la *Mesure du cercle* a été menée par W. R. Knorr dans son ouvrage déjà cité (1989). Auparavant, Tohru Sato avait également confronté les textes respectifs de la proposition 1 de nos principales sources directes et indirectes (1979)<sup>44</sup>. Le travail de comparaison mené par Knorr l'a conduit à bâtir un édifice hypothétique, dont la base est la restitution d'un épitomé (attribué à Hypatie d'Alexandrie), archétype auquel remonteraient la tradition grecque et arabe conservée du traité ainsi que la source archimédienne d'Eutocius. L'épitomé aurait été constitué sur la base textuelle du commentaire de Théon au Livre I de l'*Almageste*, Théon dépendant lui-même pour sa connaissance du traité d'Archimède du commentaire perdu de Pappus au Livre I de Ptolémée<sup>45</sup>.

Les témoignages de la tradition indirecte les plus nombreux concernent la proposition 1. S'ajoutent au commentaire d'Eutocius et aux diverses citations de la propriété chez les mathématiciens de l'Antiquité, les deux rédactions trouvées chez Pappus et Théon dans le cadre de leur traitement des propriétés des figures isopérimétriques<sup>46</sup>. La version de Théon se trouve dans son commentaire au Livre I de l'*Almageste*, où elle éclaire l'argument de Ptolémée relatif à la propriété de maxima du cercle et de la sphère<sup>47</sup>. La version de Pappus est dans le Livre V de la *Collection*, qui porte sur les propriétés des isopérimètres. Pappus proposait également une démonstration de la propriété dans son commentaire perdu au Livre I de l'*Almageste*, ainsi qu'il nous en avertit lui-même dans son commentaire au Livre VI<sup>48</sup>.

Revenons au texte grec transmis. C'est manifestement dans la proposition 1 que les différences avec nos autres sources sont les plus impor-

44. « Archimedes' *On the Measurement of a Circle* Proposition 1: An Attempt at Reconstruction », *Japanese Studies in the History of Science* 18 (1979), p. 83-99.

45. Voir son stemma des sources (p. 806).

46. On trouvera dans l'article de B. VITRAC, « Théon d'Alexandrie et la *Mesure du cercle* » (Cahiers du Centre d'Histoire des Sciences et des Philosophies arabes et médiévales n° 1, Paris [1995], p. 51-94), une étude mathématique précise des témoignages de Théon et de Pappus, ainsi qu'une critique de l'hypothèse de Knorr, selon laquelle la tradition conservée dépendrait de ces sources indirectes pour leur accès à l'opuscule.

47. *Syntaxis Mathematica*, I, 3 : « Puisque, parmi les différentes figures ayant même périmètre, celles qui ont le plus de côtés sont les plus grandes, le cercle est la plus grande des figures planes et la sphère la plus grande des figures solides », éd. Heiberg, I (1898), 13, 16-19.

48. *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*, éd. A. Rome, I, Cité du Vatican, 1931, 253,6 - 256,1.

tantes. Le texte grec présente un texte nettement plus sommaire que les versions des deux commentateurs, Théon et Pappus, et celles de la tradition arabo-latine. La question est donc posée des sources respectives des différentes versions à notre disposition et des états de texte qu'elles représentent.

Les deux rédactions très élaborées de Pappus et Théon affirment leur proximité textuelle, ce qui n'a rien de surprenant, mais, compte tenu des interventions respectives de l'un et l'autre commentateur dans la rédaction proposée, il est bien difficile de statuer sur leur source archimédienne<sup>49</sup>. Malgré leurs différences, le texte grec et le texte arabe appartiennent à la même tradition textuelle. Le texte arabe présente dans la partie démonstrative une rédaction complète des procédures relatives aux deux approximations du cercle ; le texte grec a toutes les apparences d'un résumé<sup>50</sup>. Mais, nonobstant une légère variante de démonstration qui lui est propre<sup>51</sup>, la version arabe, comparée aux textes de Pappus et Théon, présente la même trame que le texte grec<sup>52</sup>, les mêmes jalons dans le raisonnement<sup>53</sup>, la même terminologie.

Dans un tel contexte, le témoignage d'un commentateur du VI<sup>e</sup> siècle est évidemment capital. Malheureusement, Eutocius ne commente que très brièvement la première proposition ; il ne dit rien de la proposition 2 et accorde toute son attention à l'approximation du rapport du périmètre du cercle à son diamètre, donc à la proposition 3.

Si l'on prend, malgré tout, la peine de relire avec attention son très bref commentaire de la proposition 1, en le comparant au texte grec transmis, on tire quelques éléments d'information sur l'état du texte auquel il renvoie, qui peuvent modifier notre vision. Je ne m'attacherai ici qu'aux trois premières parties de la proposition archimédienne (*protase*, *ecthèse*,

49. Dans la confrontation des sources, il faut garder à l'esprit que les commentateurs trouvaient dans les textes d'Euclide (*Éléments*, XII, 2) et d'Archimède les modèles formels pour la rédaction d'un raisonnement par exhaustion dans l'évaluation des aires.

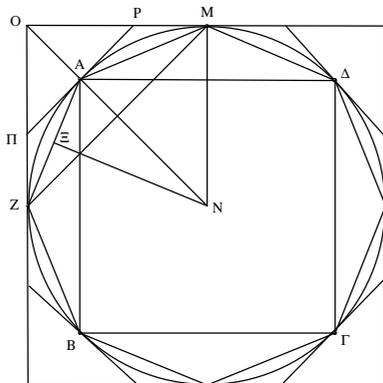
50. Voir *supra*, n. 67.

51. Le recours à *Éléments*, I, 20, dans la construction du polygone circonscrit (voir notre figure), pour obtenir l'inégalité de OP et de PA (*Éléments*, I, 19 dans le texte grec).

52. On voit même dans le texte arabe, à la fin de la seconde approximation du cercle, la formulation de l'aporie précéder sa justification, comme dans le texte grec.

53. Par exemple dans la construction du polygone circonscrit, l'affirmation que  $OP > PM$  parce que  $PM = PA$ , et donc  $POII > \frac{1}{2} OZAM$ . Entre ces jalons qu'on identifie parfaitement, on trouve dans le texte arabe la rédaction des étapes intermédiaires.

*diorisme*), car elles autorisent une comparaison précise avec le début du commentaire d'Eutocius<sup>54</sup>. Voici la figure de la proposition :



#### 4. Le commentaire d'Eutocius et la proposition 1 de la Mesure du cercle

##### 4.1 La protase

Dans le texte grec transmis, la *protase* présente une rupture syntaxique qui empêche une traduction littérale :

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μὲν τῶν περιὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῆ βᾶσει.

On trouve, en effet, après le pronom relatif au génitif (οὗ), qui exprime l'appartenance et dont l'antécédent est le triangle (τριγώνῳ), un élément du cercle, en l'occurrence le rayon. La construction n'est pas correcte ; on doit voir figurer ici un élément du triangle. On attend donc l'une ou l'autre de trois séquences ci-dessous, selon qu'on modifie seulement l'ordre des mots (1), l'ordre des mots et la distribution des cas (2), ou encore l'ordre des mots et la structure grammaticale (3). Dans la séquence (3), j'ai remplacé le relatif par le participe apposé ἔχοντι ; dans l'œuvre d'Archimède, on trouve l'une et l'autre formulation, comme le montre, par exemple, la citation de la propriété dans la proposition 2 de la

54. Eutocius justifie ensuite la démarche d'Archimède. Il revient au texte d'Archimède à la fin de son commentaire dans les termes suivants : « Comme je l'ai dit, il n'y a besoin d'aucune recherche pour la première proposition, car j'ai clairement exposé dans mon commentaire du premier Livre du traité *De la sphère et du cylindre* (= I, 10) que le triangle ΠΟΡ est plus grand que la moitié de la figure ΑΖΟΜ et qu'il est possible, d'une façon générale, de circonscrire à un cercle donné une figure rectiligne (εὐθύγραμμον) de manière que la somme des segments (τμήματα) compris entre les arcs du cercle et les côtés de la figure rectiligne circonscrite soit inférieure à une aire donnée. » Le passage d'Eutocius concerne la seconde approximation du cercle. Je reviendrai sur ce témoignage.

*Méthode*, qui au demeurant est écrite dans un excellent grec<sup>55</sup>. Voici donc, une fois la rupture grammaticale corrigée, trois séquences possibles pour exprimer la propriété (« tout cercle est équivalent à un triangle rectangle dont l'un des côtés de l'angle droit est égal au rayon, et la base au périmètre ») :

(1) Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ οὗ μίᾳ μὲν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴση ἢ ἐκ τοῦ κέντρου, τῇ δὲ βάσει ἢ περιμέτρῳ.

(2) Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ οὗ μία μὲν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῇ περιμέτρῳ.

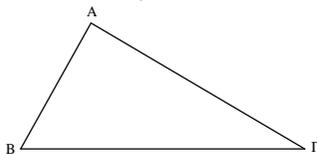
(3) Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ ἔχοντι τὴν μὲν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ βάσιν τῇ περιμέτρῳ.

Mais le texte transmis présente également une rupture lexicale, qu'on ne peut pas davantage attribuer à Archimède. La *protase* grecque, en effet, fait fonctionner un couple de termes disparate : μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν / ἢ βάσις, alors qu'on attend le couple : μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν / ἢ λοιπή. Si on reprend l'hypothèse de la séquence (1), on aimerait lire :

(4) Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ οὗ μίᾳ μὲν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴση ἢ ἐκ τοῦ κέντρου, τῇ δὲ λοιπῇ ἢ περιμέτρῳ.

Il est surprenant, en effet, que le texte désigne par le mot « base » l'un des deux côtés de l'angle droit ; il est tout aussi curieux que l'adjectif μία reste ainsi en suspens, sans le terme corrélatif attendu, l'adjectif λοιπός.

Le vocabulaire mathématique grec attaché à la désignation des trois côtés du triangle rectangle présente dans les textes classiques la distribution suivante : les deux cathètes sont dites « les côtés qui comprennent l'angle droit », et le côté opposé à l'angle droit, l'hypoténuse, est dit le « côté qui sous-tend » l'angle droit (ἡ ὑποτείνουσα πλευρά). Si ce troisième côté « sous-tend », c'est qu'il constitue la *base* du triangle, c'est-à-dire le côté du triangle sur lequel *s'appuie* l'angle droit (βαίνω : littéralement : « écarter les jambes pour marcher ») :

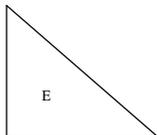


base du triangle rectangle

Ce qui ne va pas dans le texte qui nous a été transmis, c'est que la « base » désigne ici non pas l'hypoténuse, mais l'une des cathètes.

55. Voir *infra*, n. 36.

Le couple initial désignant les deux côtés de l'angle droit a de toute évidence été modifié. Il ne serait pas surprenant qu'on ait maladroitement introduit le mot « base » dans la *protase* au vu de la figure du triangle E représentée dans les manuscrits :



En voulant rendre les choses plus immédiates, on a pu faire disparaître une séquence primitive  $\tau\eta\ \delta\epsilon\ \lambda\omicron\iota\pi\eta$  au profit de  $\tau\eta\ \delta\epsilon\ \beta\acute{\alpha}\sigma\epsilon\iota$ .

Avant de chercher à savoir quel texte Eutocius lisait dans ses sources, il faut examiner rapidement les autres témoignages.

On note que Pappus et Théon citent la propriété d'Archimède<sup>56</sup> sous la forme du produit (« le rectangle compris par le périmètre du cercle et le rayon est le double de la surface du cercle »)<sup>57</sup> ; sans doute, parce que c'est la variante calculatoire qui devait être appliquée dans le traité de Zénodore sur les *Figures isopérimétriques*<sup>58</sup>, utilisé pour éclairer le texte de Ptolémée.

Outre celui d'Eutocius, deux autres témoignages transmettent la propriété en termes d'équivalence d'aires.

Dans son commentaire au Livre I des *Éléments* d'Euclide, Proclus reproduit exactement le même texte que celui qui a été transmis en grec dans le traité « archimédien », avec la même rupture syntaxique et lexicale<sup>59</sup>. Comme il est difficile de supposer que la citation d'Archimède soit une interpolation, cela signifie que ce texte était fautif, dans une partie de la tradition grecque, bien avant Eutocius. Dans la partie relative aux figures isopérimétriques de la compilation anonyme qu'il est convenu d'appeler

56. Les textes de Pappus et Théon sont rassemblés dans la partie III de l'ouvrage précité de Knorr (*op. cit.*, n. 15), p. 375-400.

57. Il existe d'autres formules de la variante calculatoire utilisée par les mathématiciens ; voir l'ouvrage de Knorr, pour le rassemblement de ces témoignages.

58. Il existe trois versions de ce traité perdu : celle de Théon dans son commentaire au Livre I de l'*Almageste* (cf. A. ROME, *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*, II, 1936, 355, 3 - 379, 15), la seule qui livre le nom de Zénodore ; celle de Pappus, dans son Livre V de la *Collection Mathématique* ; la troisième est transmise dans une compilation tardive, qui figure en tête des manuscrits de l'*Almageste* (cf. J. MOGENET, *L'Introduction à l'Almageste, Mémoires de l'Académie Royale de Belgique, Cl. Lettres*, 51, 2, Bruxelles, 1956).

59. In *primum Euclidis Elementorum librum commentarii*, éd. G. Friedlein, Leipzig, 1873, 423, 3-5.

l'*Introduction à l'Almageste*, on trouve les deux formulations de la propriété, l'une à la suite de l'autre<sup>60</sup>. La seconde correspond au texte « archimédien » transmis dans la *Mesure du cercle* :

Ἀπέδειξε γὰρ ὅτι πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ οὐδ' ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περι τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ λοιπὴ τῆ περιμέτρῳ τοῦ κύκλου.

Cette seconde formulation constitue certainement une addition au texte de Zénonore. On y a rétabli le couple de termes attendus dans l'expression des deux côtés du triangle rectangle (μιᾷ μὲν τῶν περι τὴν ὀρθήν / ἡ δὲ λοιπὴ), mais en aggravant la rupture syntaxique par la place et le cas attribués à la séquence ἡ δὲ λοιπὴ. On peut donc conjecturer avec vraisemblance que la présence de l'adjectif substantivé ἡ λοιπὴ est une initiative propre du rédacteur de l'*Introduction à l'Almageste*.

La traduction arabe n'a pas la rupture syntaxique, mais cela n'est pas significatif, car le texte grec est difficilement traduisible tel quel. Elle n'a pas non plus la rupture lexicale, ce qui est plus intéressant. Je donne ici le texte de la traduction de Gérard de Crémone qui lui correspond<sup>61</sup> :

*omnis circulus triangulo orthogonio est equalis, cujus unum duorum laterum rectum continentium angulum medietati diametri circuli equatur et alterum ipsorum linee circulum continenti.*

Tout cercle est égal à un triangle rectangle dont l'un des deux côtés qui comprennent l'angle droit est égal au demi-diamètre du cercle, et dont l'autre est égal à la ligne qui entoure le cercle.

On retrouve ici la base textuelle qui a été restituée pour le texte grec avant que ce dernier ne subisse les altérations que nous avons constatées.

Il faut maintenant revenir au témoignage d'Eutocius. Voici l'extrait du commentaire à la proposition 1 qui correspond au début du texte d'Archimède<sup>62</sup> :

Ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον φήσιν· ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περι τὴν ὀρθήν ἴσην τῆ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῆ περιφερείᾳ. Ἄλλὰ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθείᾳ λαβεῖν οὐδὲ πρὸς αὐτοῦ ἤδη δεδειγμένον εἶναι, ἀλλ' οὐδὲ ὑπ' ἄλλου παραδεδομένον [...].

Posant un triangle rectangle, il dit : « Qu'il ait l'un des côtés de l'angle droit égal au rayon, et l'autre égal à la circonférence. » Mais il n'a pas exposé antérieurement la solution du problème consistant à prendre un seg-

60. *Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt*, éd. F. Hultsch, 3 vol., Berlin, 1876-1878, III, 1160, 1-4.

61. M. Clagett, *op. cit.* (n. 22), I, 40, 2-6.

62. Éd. Heiberg, III, 230, 8-13.

ment de droite égal à une circonférence de cercle ; elle ne nous a pas été transmise non plus par un autre [...].

Cet extrait du commentaire montre qu'on ne peut apporter une réponse directe à la question de savoir quel texte lisait Eutocius dans la *protase*, car celui-ci ne paraphrase pas la *protase*, comme on le pense généralement, mais cite ce qui apparaît linguistiquement comme une *ecthèse*, ce qui change bien des choses. Pour aller plus loin, il est donc nécessaire de revenir à l'*ecthèse* et au *diorisme* du texte transmis.

#### 4.2 L'*ecthèse* et le *diorisme*

Voici le texte d'Archimède, tel qu'il nous est parvenu en grec <sup>63</sup> :

Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε ὡς ὑπόκειται. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστίν.

Que le cercle ΑΒΓΔ soit au triangle Ε comme l'indique l'hypothèse. Je dis qu'il lui est équivalent.

Quelques observations préliminaires : la séquence ὡς ὑπόκειται permet de renvoyer aux données de la *protase* sans avoir à les reprendre dans le détail. Le fait est relativement courant chez Archimède, mais on ne peut exclure ici la possibilité que la formule soit à rapporter au rédacteur de la proposition qui nous a été transmise. La syntaxe est la suivante : il faut sous-entendre οὕτως devant ἐχέτω et donner un sens intransitif au verbe ἔχειν, sur le modèle des formules archimédiennes très fréquentes dans la *Quadrature de la parabole* <sup>64</sup>. Si la formule ὡς ὑπόκειται est à rapporter à un rédacteur, celui-ci connaît bien Archimède.

On observe également une curieuse anomalie, qui n'est pas liée au style rapide du texte : l'utilisation du datif (τριγώνῳ) dans l'expression de la relation entre les deux termes, cercle et triangle. On attend avec le verbe ἔχειν intransitif l'emploi de πρὸς et l'accusatif <sup>65</sup>.

Le *diorisme* offre une rédaction des plus sommaires, puisque le sujet (le cercle ΑΒΓΔ) n'est pas exprimé ; le complément de ἴσος non plus (le triangle Ε). Cette rédaction abrégée peut ne pas choquer avec l'*ecthèse* qui nous a été transmise. Mais c'est sans exemple dans l'œuvre d'Archimède.

Le groupe entier *ecthèse* + *diorisme* relève donc d'un style relativement négligé, qu'on peut assez difficilement rapporter à Archimède, même si ce dernier écrit souvent de manière non canonique.

63. Éd. Heiberg, I, 232, 5-6.

64. Voici un exemple parmi d'autres (prop. 12) : καὶ ἰσορροπεῖτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται, éd. Heiberg, II, 282, 23-26.

65. Voir la note 2 de l'édition d'Heiberg, I, 233.

Voyons maintenant comment ces deux parties sont transmises dans nos autres sources.

Inutile de préciser que Pappus et Théon ont une *ecthèse* et un *diorisme* rédigés en bonne et due forme, correspondant à leur énoncé de la propriété<sup>66</sup>. Passons au texte arabe de l'*ecthèse* et du *diorisme*, toujours confirmé par Gérard de Crémone :

*Sit itaque circulus ABGD triangulo E equalis, secundum quod ante narravimus in propositione. Dico ergo quod ejus mensura ipsius mensura equatur.*

Que le cercle *ABGD* soit égal au triangle *E*, selon ce que nous avons mentionné auparavant dans l'énoncé. Je dis donc que l'aire de l'un est égale à l'aire de l'autre.

Il est évident ici que le traducteur arabe dispose d'un texte grec aussi sommaire que le nôtre, à cet endroit. Le traducteur lit la séquence  $\acute{\omicron}\varsigma$   $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\kappa\epsilon\iota\tau\alpha\iota$  et un *diorisme* où sujet et complément sont sous-entendus.

Cette rédaction plutôt négligée, qui relève d'une source commune, ne peut pas cependant, au vu de la version arabe, être mise sur le même plan que toutes les autres anomalies relevées dans la rédaction hâtive du texte grec<sup>67</sup>.

#### 4.3 La lecture d'Eutocius

Si l'on revient maintenant au texte d'Eutocius précité, il est important, pour l'interpréter comme il convient, de bien comprendre qu'Eutocius reprend le texte d'une *ecthèse*. L'extrait d'Eutocius n'est pas une para-

66. La formulation change cependant, puisqu'il s'agit de démontrer que le cercle est égal à la moitié du rectangle compris par le périmètre du cercle et le rayon.

67. Le texte grec donne le sentiment d'être un résumé. C'est une rédaction minimale qui nous est présentée, où sont représentées les étapes clefs du raisonnement, à la manière de notes de cours, sans les étapes démonstratives intermédiaires, sans la formulation des hypothèses alternatives au début du raisonnement apagogique et sans l'articulation attendue à la fin (le cercle n'est pas plus grand que le triangle *E* ni plus petit ; il est donc équivalent au triangle). D'autre part, dans la construction du polygone inscrit, la rédaction hâtive accumule les approximations. La continuité des divisions, en particulier, et le résultat des retranchements opérés ne sont pas formulés en termes mathématiques, comme l'a relevé Knorr, dans son chapitre « Extant Text of *Dimension of the circle* », *op. cit.* (n. 15), p. 401-419. Dans les deux approximations du cercle, l'aporie est constatée par l'adjectif  $\acute{\alpha}\tau\omicron\pi\omicron\varsigma$  (« absurde »), très peu représenté chez Archimède, qui lui préfère  $\acute{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau\omicron\varsigma$  (« impossible »). Le fait est également souligné par Knorr, *op. cit.*, p. 403. Dans la construction du polygone circonscrit, le vocabulaire est approximatif et même inadéquat : ainsi, l'emploi de  $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omicron\nu$  (« point »), là où on attend  $\delta\iota\acute{\alpha}\rho\epsilon\sigma\iota\varsigma$  (« point de division »), et celui de  $\tau\omicron\mu\epsilon\acute{\upsilon}\varsigma$  (secteur circulaire) pour désigner les segments de reste.

phrase de la *protase*, comme le pensent Heiberg<sup>68</sup> et Knorr, même si ce dernier a bien vu le lien avec l'*ecthèse*<sup>69</sup>. L'interprétation que je propose est fondée sur deux observations :

– Eutocius introduit le texte d'Archimède par le verbe φημί seul. On ne trouve pas φημί suivi d'une complétive introduite par ὅτι, comme souvent chez Eutocius. Nous avons donc ici une citation et non une paraphrase.

– le participe ἐκθέμενος est sans ambiguïté. Nous sommes renvoyés à la partie de la démonstration que les Grecs nommaient *ecthèse* (ἐκθεσις)<sup>70</sup>, et l'impératif ἐχέτω, qui est le premier mot de l'*ecthèse* transmise par nos manuscrits (mais avec un autre sens), vient de l'*ecthèse* qu'Eutocius lisait dans sa source.

Si j'ai raison de vouloir redonner sa pleine valeur de témoignage à cet extrait d'Eutocius, et à en proposer une lecture plus conforme à la lettre du texte, on voit immédiatement qu'Eutocius n'atteste pas la forme abrégée de l'*ecthèse* transmise par nos deux sources grecque et arabe<sup>71</sup>. On a le sentiment qu'il lisait peu ou prou l'*ecthèse* suivante :

Ἐστῶσαν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ Ε. Καὶ ἐχέτω τὸ τρίγωνον τὴν μὲν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ.

Soient un cercle ΑΒΓΔ et un triangle rectangle Ε. Que le triangle ait l'un des côtés de l'angle droit égal au rayon et l'autre égal à la circonférence.

Si l'on redonne sa pleine valeur de citation à l'extrait d'Eutocius, le texte d'Archimède obtenu ne présente plus d'anomalies, et l'on retrouve même la terminologie de la citation de la propriété dans la *Méthode*<sup>72</sup>, où

68. Voir son édition, I, 233, note 1.

69. *Op. cit.* (n. 15), p. 514-515.

70. Sur le sens des différentes parties de la démonstration géométrique, voir le témoignage de Proclus, *In primum Euclidis Elementorum librum commentarii*, 203,1 - 205,12.

71. Au vu de cette conclusion, on est amené à interroger le témoignage final du commentaire d'Eutocius (voir *infra*, n. 54). Il n'est pas sûr qu'Eutocius lisait un texte où, pour l'obtention des aires de reste, telles que ΠΖΑ (éd. Heiberg, III, 11-3), on démontrait, comme dans nos deux versions grecque et arabe, ce qui permet d'appliquer la procédure d'*Éléments* I, 10, à savoir l'inégalité  $POΠ > \frac{1}{2} OZAM$  et celle des figures homologues. Cela expliquerait assez bien qu'il renvoie le lecteur à son commentaire précédent, consacré en partie à l'établissement de ce point (la démonstration d'Eutocius est à comparer avec le lemme dont Théon fait précéder sa version de la proposition d'Archimède). Le témoignage d'Eutocius montre, en revanche, que l'inégalité  $POΠ > \frac{1}{2} OZAM$  était formulée, et donc que cette partie de la procédure était plus détaillée que dans les textes de Pappus, Théon et Archimède (*Sphère et cylindre* I, 10). Il confirme également la terminologie de notre opuscule avec la reprise du terme εὐθύγραμμον.

72. Voir *infra*, n. 36.

figure le terme περιφέρεια, et non pas le mot περίμετρος des autres sources indirectes grecques.

On pourrait être tenté de penser que la *protase* que lisait Eutocius dans sa source archimédienne était conforme au texte repris dans l'*ecthèse*, et donc qu'elle ne présentait ni la rupture syntaxique ni la rupture lexicale. Mais les deux témoignages de Proclus et de l'*Introduction à l'Almageste*, qui confirment la forme de la *protase* grecque, doivent nous inciter à la prudence. Ils nous demandent d'admettre qu'à l'époque d'Eutocius le texte de la *protase* présentait déjà les deux ruptures ; et pour qu'un énoncé aussi peu satisfaisant puisse ainsi continuer à être cité sous cette forme, sans doute devait-il bénéficier du poids de la tradition. Les deux fautes devaient donc être relativement anciennes. Si tel est le cas, la forme correcte de l'énoncé arabe doit être rapportée au traducteur.

En conclusion, on voit que l'utilisation du commentaire d'Eutocius comme témoin indirect permet de mieux cerner les dernières étapes de l'histoire du texte de la *Mesure du cercle*. Eutocius atteste au VI<sup>e</sup> siècle l'existence de l'ouvrage sous la forme de l'opuscule transmis par la tradition grecque et arabe. Son témoignage montre que l'opuscule avait déjà été réuni au traité *De la sphère et du cylindre* dans les manuscrits à sa disposition. L'*ecthèse* de la proposition 1 que le commentaire d'Eutocius permet de restituer, si mon interprétation est exacte, ainsi que la rédaction que semble attester Eutocius dans la seconde partie démonstrative<sup>73</sup>, font supposer que la source archimédienne d'Eutocius, pour cette première proposition, lui donne accès à un état de texte antérieur à la tradition dont dépendent nos sources médiévales.

Micheline DECORPS-FOULQUIER  
Professeur de Grec à l'Université de Clermont II

---

73. Voir *infra*, n. 71.