Les Études Classiques 76 (2008), p. 321-360.

LES PROBLÈMES DES LIVRES GRECS DES *CONIQUES* D'APOLLONIUS DE PERGE
Des propositions mathématiques en quête d'auteur

Résumé. — Les problèmes des Livres grecs des *Coniques* gardent des traces d'une rédaction préapollonienne et sont écrits dans une langue plus proche de celle d'Archimède que de celle d'Euclide, à laquelle la diction apollonienne des théorèmes est généralement fidèle. Ils ont été incorporés dans les *Coniques*, probablement par Apollonius lui-même, sans révision linguistique poussée. — Dans la première partie, on trouvera notamment des éclaircissements sur l'emploi linguistique très particulier des substantifs βάσις « base », γωνία « angle » et πλευρά « côté » dans les mathématiques grecques ; la troisième partie est consacrée à l'emploi des verbes γράφειν « décrire » et εὑρεῖν « trouver » dans le *corpus* mathématique classique et dans les problèmes du Livre I des *Coniques*.

PROLOGUE [1]

La lecture du texte grec des problèmes des Livres I-II des *Coniques* donne d'emblée le sentiment qu'ils ne sont pas de la main qui a rédigé les théorèmes [2]. J'étais par là invité à étudier le *corpus* des problèmes du point

1. Je remercie vivement Mme M. Decorps-Foulquier, qui a relu attentivement ce travail. — Les références aux mathématiciens grecs se terminent toutes par le numéro des pages et des lignes des éditions de Heiberg - Stamatis (Euclide), de Mugler (Archimède), de Heiberg (Apollonius et Eutocius, mais l'édition Decorps-Foulquier - Federspiel pour le Livre I des *Coniques*) et de Hultsch (*Collection* de Pappus). Je mentionne aussi le *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs* de Mugler, Paris, Klincksieck, 1959. Mon article « Sur l'opposition défini / indéfini dans la langue des mathématiques grecques », *LEC* 63 (1995), p. 249-293, est abrégé en « Défini / indéfini ». — Enfin, j'appelle « *corpus* classique » la réunion des *Éléments* et des *Data* d'Euclide, des *Coniques* d'Apollonius et des œuvres d'Archimède.

2. Mais les théorèmes des *Coniques* ne sont pas de la même main dans toutes leurs parties. Dans ses *Recherches sur les Coniques d'Apollonios de Pergé et leurs commentateurs grecs,* Paris, 2000, M. Decorps-Foulquier examine la question de l'authenticité de certaines propositions.

de vue linguistique et à faire les comparaisons qui s'imposent. Ces comparaisons sont de deux ordres, qui n'ont pas la même fonction. La comparaison interne mesure les écarts avec la langue des théorèmes, la comparaison externe examine les ressemblances et les différences avec la langue des prédécesseurs ou des successeurs d'Apollonius [3].

Les écarts que j'ai relevés par rapport à la langue des théorèmes sont de trois sortes. Ils portent sur le lexique des objets mathématiques ou des opérations, sur certains syntagmes usuels en mathématiques et sur le vocabulaire non mathématique. Cette diversité exclut que le texte des problèmes et celui des théorèmes soient du même auteur. On doit supposer au moins deux auteurs différents [4] et l'insertion dans les Livres grecs d'un *corpus* dont la rédaction est, pour l'essentiel, d'un auteur qui n'est pas Apollonius.

Les Anciens n'ont pas relevé le phénomène et ne nous ont laissé aucune indication sur le sujet. Chez les Modernes, l'attention a été attirée – mais très fugitivement – sur les problèmes du Livre II, pour des raisons essentiellement de contenu et de structure des propositions ; certaines particularités linguistiques ont été signalées, mais sans exploration systématique [5]. Rien ne prouve d'ailleurs qu'il faille mettre les problèmes du Livre I et ceux du Livre II dans la même corbeille ; au contraire, le fait qu'ils aient peu de particularités communes suggère qu'ils ne sont pas non plus de la même main.

Il existe un passage de Pappus où il est dit qu'Apollonius avait étudié longtemps à Alexandrie sous la direction des disciples d'Euclide [6] ; mais, comme ce passage est controversé, il est sans doute préférable de ne pas en tenir compte. En revanche, les recherches que je mène sur la langue du

---

3. D'une part principalement Euclide et Archimède, d'autre part surtout Pappus, qui nous a laissé le *corpus* géométrique le plus étendu (la *Collection*) dans les siècles qui ont suivi Apollonius.

4. Ou plus encore, en particulier si, comme je le crois, les problèmes du Livre I ne sont pas de la même main que ceux du Livre II.

5. W. R. Knorr (*The Ancient Tradition of Geometric Problems*, Boston, 1986, p. 314-315) montre que le groupe des problèmes II, 42-53 est proche encore des prédécesseurs d'Apollonius ; il suppose qu'il avait été placé en appendice à la fin du Livre II par Apollonius lui-même, en faisant l'hypothèse que ces problèmes reflètent une étape antérieure de ses recherches sur les coniques. V. aussi sur ce sujet les remarques de M. Decorps-Foulquier, *op. cit.* (n. 1), p. 123-125. — Je n'ai rien trouvé dans la littérature moderne sur les problèmes du Livre I, qui sont beaucoup plus intéressants d'un point de vue linguistique que ceux du Livre II.

6. Pappus, *Collection*, VI, p. 678, 8 et s. Sur ce témoignage de Pappus, on pourra consulter M. Decorps-Foulquier, *op. cit.* (n. 1), p. 14, n. 28. Tout ce que je puis dire ici, c'est que ce passage de Pappus s'accorde parfaitement avec ce que permet de déceler l'analyse linguistique des théorèmes des *Coniques*.

texte grec des *Coniques* me conduisent à dire que la langue des théorèmes est de type euclidien ; Apollonius avait été certainement formé aux mathématiques par les *Éléments* et les *Data* [7] ainsi que par des maîtres qui parlaient l'euclidien [8]. Au contraire, la langue d'Archimède s'éloigne tellement du modèle euclidien qu'on est obligé de penser que, même s'il lui arrive de se référer aux *Éléments*, Archimède avait été formé aux mathématiques par des manuels non euclidiens, peut-être antérieurs à Euclide [9], et des professeurs qui ne parlaient pas strictement l'euclidien. Or on constate que, à part quelques exceptions que je signalerai, la plupart des particularités linguistiques des problèmes sont moins souvent attestées chez Euclide que chez Archimède.

J'en tire ceci. De l'aveu d'Apollonius lui-même, la matière des premiers Livres des *Coniques* est préapollonienne [10]. Mais l'unité générale de langue des théorèmes montre qu'il a non seulement remodelé et modifié le contenu mathématique de ses sources, mais donné un cachet personnel à la rédaction des propositions. Ce n'est pas du tout le cas pour les problèmes, où l'on ne retrouve pas partout la *diction apollonienne*. Je suggère donc que les problèmes ont été incorporés dans les *Coniques* sans modifications en profondeur, ce qui n'a pas permis de ramener partout la langue des problèmes à celle des théorèmes. En effet, un toilettage linguistique sommaire d'un texte donné permet sans doute de modifier les traits les plus saillants du vocabulaire – par exemple, dans le cas qui nous occupe, les mots techniques dépassés, comme le nom ancien des trois coniques qu'on trouve chez Archimède –, mais plus difficilement des mots ou des tours dont certains appartiennent à la langue générale et peuvent échapper à la perception claire de l'auteur.

---

7. Dans l'*Introduction* de son *Apollonius of Perga. Treatise on Conic Sections*, Cambridge, 1896, p. LXXXVII, Heath parle d'*adherence to Euclidean form, conceptions and language*.

8. Au sein de la langue euclidienne, il y a plusieurs dialectes ; par exemple, la langue des quatre premiers Livres des *Éléments* est assez différente de celle des derniers Livres. Mais ce n'est pas ici le lieu d'examiner ces choses.

9. Je ne dis pas qu'Archimède ne connaissait pas Euclide, mais simplement que sa formation mathématique n'est manifestement pas euclidienne. Sur la question de savoir si Archimède connaissait ou non Euclide, on pourra consulter B. VITRAC, *Euclide, les Éléments, vol. 3, Livre X,* Paris, 1998, p. 93-94, qui donne les références à des auteurs antérieurs. – W. R. KNORR, *op.cit.* (n. 5), p. 153 et s., avait déjà fait remarquer incidemment qu'Archimède se rattachait à une tradition antérieure à Euclide, mais pour des raisons qui n'ont rien à voir avec la linguistique.

10. C'est ce qu'il dit dans sa lettre d'envoi à Eudème qui ouvre le Livre I. Voir M. DECORPS-FOULQUIER et M. FEDERSPIEL, *Apollonius de Perge, Coniques*, Édition et traduction du texte grec, L. I, Berlin - New York, 2008, p. 2, 19 et s. (éd. Heiberg, vol. I, p. 2, 22 et s.).

Les traits linguistiques particuliers que présentent les problèmes des Livres I et II prouvent assez que, tels qu'ils ont été transmis, leur rédaction se rattache directement à la tradition des *Coniques* qui a précédé Apollonius. Cette tradition, à laquelle il faut ajouter les recherches sur les lieux géométriques et sur la *Catoptrique*, comprend les auteurs auxquels Apollonius fait allusion dans les préfaces à ses différents Livres et ceux sur lesquels l'érudition moderne peut mettre un nom [11]. Mais, faute de documents de première main, mes recherches linguistiques sur les problèmes ne permettent pas de préciser les choses. Tout ce que je puis dire, c'est qu'il est probable que les auteurs préapolloniens, antérieurs ou postérieurs à Euclide, ou même contemporains d'Euclide, écrivaient dans une langue généralement plus proche de celle d'Archimède que de celle d'Euclide.

Mais qui a inséré dans les *Coniques* ces problèmes qui ont gardé un cachet linguistique ancien ? Apollonius ou un auteur postérieur ? S'il s'agit d'un auteur postérieur, on comprend mal que la proposition I, 60 trouve une application dans plusieurs propositions des Livres suivants [12]. Il est donc peut-être raisonnable de penser que l'insertion des problèmes I, 52-60 à la fin du Livre I est l'œuvre d'Apollonius. On en dira autant des problèmes du Livre II, parce que le problème II, 49 est utilisé plusieurs fois dans le Livre IV. Mais c'est un point qui relève davantage de la compétence des historiens des mathématiques, qui ne seraient pas forcément convaincus par ce genre d'argument.

Enfin, si la comparaison interne est fructueuse dans tous les cas, puisqu'elle permet de mettre à part les problèmes des Livres I-II au sein des Livres grecs des *Coniques*, la comparaison externe n'est pas forcément toujours significative, faute de données suffisantes. L'étude de chacun des phénomènes linguistiques montrera dans quel cas elle l'est. Ces phénomènes sont au nombre de quinze, ce qui est considérable pour un *corpus* représentant douze pour cent seulement des Livres I-IV des *Coniques*. Pris isolément, ils peuvent ne pas entraîner l'adhésion à la première lecture ; c'est leur convergence qui le permet [13].

---

11. Par exemple Ménechme, Aristée l'Ancien, Euclide, Conon de Samos, Python de Thasos, Nicotélès de Cyrène, Dosithée, Dionysodore, Dioclès et d'autres dont les noms ne nous sont pas parvenus. Tous ces auteurs ne sont pas antérieurs à Apollonius.

12. À l'occasion de l'étude des sections conjuguées dans les Livres II (prop. 17, 20, 21, 22) et III (prop. 14, 15 et 24). Par une étrange aberration, Heiberg renvoie chaque fois à I, 56, qui traite en réalité de la construction de l'ellipse.

13. Le sixième de mes articles sur la langue des *Coniques*, tout entier consacré au Livre IV, montrera qu'une partie du contenu de ce Livre n'a pas reçu les mêmes soins que les trois premiers Livres et qu'on y trouve des traces d'une rédaction préapollonienne inspirée de la diction « archimédienne » ; mais absolument aucune de ces traces linguistiques ne se retrouve dans les problèmes des Livres I et II. — *Ajout*

*

* *

PREMIÈRE PARTIE : Examen des problèmes I, 52-60

Remarque I : Je traiterai des tours ἡ πρὸς τῷ Α γωνία et ὀρθὴ πρός + accusatif dans la deuxième partie, consacrée aux problèmes du Livre II, où ils sont davantage à leur place.

Remarque II : L'association des verbes γράφειν « décrire » et εὑρεῖν « trouver » au sein d'une même proposition ou dans deux propositions successives, qu'on trouve chez Apollonius dans le groupe des problèmes *Con.*, I, 52-60, est étudiée dans la troisième partie.

A) L'emploi archaïque de γωνία

1) *Origine et explication des emplois*

Chez Euclide, l'emploi de γωνία n'est pas partout conforme aux règles que j'ai tenté d'établir ailleurs [14], touchant les occurrences des substantifs ou des syntagmes nominaux pourvus ou non d'un article. Chez lui, comme chez les auteurs postérieurs [15], le syntagme *apparemment* indéfini γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ « *un* angle ΒΑΓ » se rencontre aussi à des endroits où l'on attend le syntagme défini ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία

postérieur ; j'ai découvert plus tard un seizième phénomène linguistique qui singularise les problèmes des Livres grecs des *Coniques*. Il s'agit d'un tour périphrastique qu'on trouve dans les ecthèses de *Con.*, I, 52 (Ἔστω θέσει δεδομένη εὐθεῖα ἡ ΑΒ « Soit une droite AB donnée en position » ; le tour, qui répond à la protase Εὐθείας δοθείσης, est une variante stylistique de Δεδόσθω γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΒ), et de *Con.*, II, 4 (Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΒ τυχοῦσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν πρὸς τῷ Α « Soient deux droites ΑΓ et AB comprenant un angle quelconque en A » ; le tour, qui répond à la protase Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν γωνίαν περιεχουσῶν « Étant données deux droites comprenant un angle », est une variante stylistique de Περιεχέτωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΒ τυχοῦσαν γωνίαν). Ce type de périphrase, dont il y a quelques occurrences dans les *Éléments* d'Euclide, mais pas dans les théorèmes des *Coniques*, est très probablement un archaïsme qu'Apollonius a conservé ici par inadvertance. Je reviendrai là-dessus dans un travail consacré à la langue des ecthèses dans les mathématiques grecques.

14. Dans l'article « Défini / indéfini », art. cité (n. 1).

15. Tous les géomètres, depuis Archimède jusqu'à Pappus et même Eutocius, c'est-à-dire jusqu'à la fin de l'Antiquité, ainsi que des auteurs comme Ptolémée, Théon d'Alexandrie ou Proclus.

« *l'*angle ΒΑΓ » [16]. Dans mon article « Défini / indéfini », tout à la fois j'avais signalé le phénomène, que je considérais déjà comme un archaïsme, relevé les occurrences « anomales » qu'on trouve dans les problèmes I, 52-60 des *Coniques*, et m'étais déclaré incapable d'en rendre compte [17].

Il n'est sans doute pas inutile que, pour faciliter l'intelligence des occurrences qui m'intéressent dans les problèmes I, 52-60, je présente tout de suite l'interprétation que j'ai depuis lors adoptée de l'apparente exception présentée par l'emploi des trois substantifs βάσις, γωνία et πλευρά chez les mathématiciens grecs.

Il me paraît que le tour [18] est effectivement un archaïsme, comme je le soupçonnais déjà. Cette thèse fait appel à des considérations de linguistique structurale, que je présente ici sous une forme simplifiée.

Chez Homère, le déterminant formé sur le thème **so-* / *to-* [19] a généralement encore la valeur primitive de démonstratif qu'il a le plus souvent perdue ensuite [20]. Il en résulte que, dans la langue archaïque, un substantif nu est indifférent à l'opposition sémantique *déterminé* / *indéterminé*, qui ne peut se dégager que du contexte, c'est-à-dire principalement de la place du substantif dans une étendue de texte donnée. En revanche, dans la langue postérieure, où l'article s'est imposé, l'opposition formelle privative à deux termes *déterminé* / *indéterminé* est constitutive de l'élocution grecque [21]. Or les linguistes nous apprennent que, dans une opposition de ce type, le terme non marqué – en l'espèce, le syntagme dépourvu d'article – est le neutre de l'opposition, c'est-à-dire que ce terme non marqué peut être non seulement l'opposé du terme marqué, mais encore indifférent à l'opposition *mar-*

16. C'est vrai aussi pour les mots βάσις « base » et πλευρά « côté ». Le mot σημεῖον « point » est parfois employé aussi de manière irrégulière chez Euclide, où l'on trouve dans de nombreuses ecthèses l'expression définie là où l'on attend une expression indéfinie.

17. « Défini / indéfini », art. cité (n. 1), Appendice, p. 290-293.

18. Je veux dire la présence du syntagme apparemment indéfini γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ là où l'on attendrait un syntagme de la forme ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία / ἡ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.

19. Les différentes formes de la flexion de l'article grec sont formées sur ce thème alternant.

20. Je n'entre pas dans les controverses des spécialistes sur le point de savoir s'il faut déjà considérer certains syntagmes homériques comportant le démonstratif **so-* / *to-* comme des formes articulées ou non.

21. L'une des difficultés de la traduction en français des textes grecs, mathématiques ou non, est que le français possède un système à trois termes : l'article défini, l'article indéfini et l'article zéro, alors que le grec n'a que deux termes : l'article « défini » et l'article zéro. C'est pourquoi, dans mon article « Défini / indéfini », art. cité (n. 1), j'insiste sur le caractère conventionnel de certaines des traductions que je propose.

qué / non marqué, notamment quand se fait sentir l'influence du système ancien, où le signifiant du terme marqué sémantiquement ne comportait pas de marque formelle. Autrement dit, dans le cas qui nous occupe, le terme « indéfini » peut avoir, dans certaines circonstances, la valeur du terme « défini ». Voici comment s'exprime le linguiste F. R. Adrados dans un ouvrage de référence [22] :

> De todas maneras en Homero, como en la poesia posterior y en *arcaismos conservados en todos los dialectos*, es aún frecuente el uso de un nombre sin artículo allí donde la prosa normal posterior usaba el artículo [c'est moi qui souligne, M. F.] ;

et, un peu plus loin :

> El nombre sin artículo no sólo [es] indeterminado, sino también, a veces, *resto de un estado arcaico*, indiferente a la oposición determinación / indeterminación [c'est moi qui souligne, M.F.] [23].

L'application de ces considérations au phénomène qui m'occupe ici est la suivante. À l'époque où s'est constituée chez les Grecs la géométrie élémentaire du triangle, c'est-à-dire au tournant des VII^e^ et VI^e^ s. av. J.-C., les mots γωνία « angle », βάσις « base » et πλευρά « côté », qui désignaient les éléments du triangle, s'employaient tout naturellement en ionien sans article, au double sens de « *un* angle » et de « *l'*angle ». Dans le discours mathématique de l'époque, sur lequel nous n'avons pas de renseignements, mais qui ne pouvait pas être aussi formellement structuré qu'il l'est devenu plus tard, il est néanmoins assuré que, chaque fois que tendait à se constituer une partie spécifique du raisonnement [24], le mot nu, dépourvu d'article, devait avoir un sens indéfini lors de sa première oc-

22. *Nueva sintaxis del griego antiguo,* Madrid, 1991, p. 351 et 352.

23. C'est évidemment le même archaïsme qui explique que, dans les définitions euclidiennes, le *definiendum* soit dépourvu de l'article, malgré son caractère défini. Dans sa *Sintassi storica del greco antico,* Bari, 2001, p. 85, N. Basile donne les deux exemples suivants, tirés de la *Poétique* d'Aristote : Ἔστιν οὖν τραγῳδία μίμησις πράξεως, κτλ. « *La* tragédie [et non '*une* tragédie'] est l'imitation d'une action, *etc.* » (1449 b 24), et cet autre exemple encore plus intéressant pour nous, puisque le nom dépourvu d'article est suivi d'une apposition obligatoirement articulée, comme dans les occurrences euclidiennes : Λέγω δὲ ἡδυσμένον μὲν λόγον τὸν ἔχοντα ῥυθμὸν, κτλ. « J'appelle 'assaisonné' *le* langage qui possède du rythme, *etc.* » (1449 b 28). — Voyez par exemple Euclide, *Élém.*, I, *déf.* 1 : Σημεῖόν ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν « *Le* point est ce qui est dépourvu de parties ».

24. Sur cette notion de « parties du raisonnement » (ou « parties spécifiques de la proposition »), qui ne se confondent pas avec les parties classiques définies par les Anciens, et qui sont fondées sur des marqueurs linguistiques, on pourra consulter mon article « Défini / indéfini », art. cité (n. 1), p. 253.

currence [25], puis un sens défini dans les occurrences suivantes au sein de cette partie. En revanche, plus tard, à une époque où l'article s'est imposé dans les dialectes grecs, les nouveaux mots dont s'enrichissait le vocabulaire mathématique ont été pourvus ou non de l'article dans les conditions que j'ai cherché à préciser dans mon article « Défini / indéfini ».

Ainsi, au terme d'un processus dont nous ne connaissons pas le détail, il s'est produit le partage suivant : les seuls mots qui ont continué à suivre l'usage primitif sont les trois mots désignant les éléments du triangle ; tous les autres ont suivi les nouvelles règles. Il faut cependant signaler que, dans le *corpus* euclidien et chez les auteurs postérieurs, l'emploi archaïque des mots βάσις, γωνία et πλευρά n'est lui-même pas toujours respecté. J'explique ces irrégularités, non seulement par des erreurs de copistes, forcément tentés par la *lectio facilior*, mais encore par le travail de réécriture que le texte « euclidien » a connu au cours de son histoire, avant ou après Euclide.

2) γωνία *dans les Coniques*

Pour étudier les Livres I-IV des *Coniques* sous le rapport qui m'intéresse ici, il faut commencer par établir la liste de toutes les occurrences. Ensuite, on fera le tri au moyen du crible suivant, fondé sur les considérations que je viens de développer.

Au sein d'une « partie spécifique de la proposition », on doit noter l'ordre d'apparition du substantif étudié : il est ou non en première occurrence [26]. S'il est en première occurrence, il ne peut apparaître que sous la forme indéfinie γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ, c'est-à-dire sans article devant γωνία, que l'auteur respecte l'usage archaïque ou mes règles [27]. S'il n'est pas en première occurrence, il peut apparaître sous la forme définie, ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία [28] (et respecte alors mes règles) ou sous la forme indéfinie

25. Cette différence de sens selon l'ordre des occurrrences dans une partie spécifique est normale dans la langue grecque générale. Par exemple, dans un récit, lors de sa première occurrence, le nom d'un personnage est dépourvu de l'article, qui apparaît le plus souvent lors des occurrences suivantes. Le français connaît aussi cette opposition (mais pas pour les noms propres). — La difficulté pour nous de l'emploi de l'article dans les textes grecs, mathématiques ou non (mais surtout mathématiques, où la langue est codée), tient aussi à l'existence de syntagmes complexes, où l'emploi de l'article obéit à des règles spéciales en grec. Je traite de toutes ces choses dans mon article « Défini / indéfini », art. cité (n. 1).

26. Voir mon article « Défini / indéfini », art. cité (n. 1).

27. Si c'est la forme articulée ἡ γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ, c'est une faute de l'auteur ou d'un copiste. Cette forme erronée ne se trouve pas dans notre donné apollonien.

28. Ou encore la variante où le déterminant prépositionnel est en extraposition, ἡ γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ.

qu'on vient de voir (et suit alors l'usage primitif). Il suffit donc que, dans un *corpus* donné, apparaissent des syntagmes dépourvus d'article ailleurs qu'en première occurrence pour qu'on soit assuré qu'ils respectent l'usage archaïque.

L'application du crible donne les résultats suivants. Dans le *corpus* grec des *Coniques*, l'emploi archaïque ne se trouve pas dans les théorèmes, mais uniquement dans les problèmes du Livre I, en, I, 53, 184, 21 (éd. Decorps-Foulquier ; 164, 17, éd. Heiberg) ; I, 59, 204, 10 (éd. D.-F. ; 186,7 H.) ; I, 59, 204, 13 (éd. D.-F. ; 186, 12 H.). Dans les trois cas, la forme indéfinie attestée a une valeur en réalité définie, comme le montre sa position dans la partie où elle est prise :

– 53, 184, 21 : [αἱ καταγόμεναι παράλληλοι τῇ ΑΔ] […] καταχθήσονται ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΑΕ « [les parallèles à ΑΔ abaissées] […] seront abaissées sous l'angle ΘΑΕ ». L'angle en question a déjà été mentionné un peu plus haut. Il ne s'agit donc plus ici d'une première occurrence.

– 59, 204, 10 : ὥστε τὰς καταγομένας κατάγεσθαι ἐν γωνίᾳ τῇ Η « de manière que les droites abaissées le soient sous l'angle Η ». Cet angle Η a déjà été mentionné dans l'ecthèse.

– 59, 204, 13 : αἱ δὲ καταγόμεναι […] καταχθήσονται ἐν γωνίᾳ τῇ Η « les droites abaissées […] le seront sous l'angle Η ». Il s'agit du même angle que dans l'occurrence précédente.

Ce résultat appelle le commentaire suivant. L'usage du crible montre que, dans les *Coniques*, si l'on excepte le groupe des problèmes I, 52-60, les occurrences de γωνία répondent partout aux règles d'emploi des substantifs que j'ai tenté de fixer [29]. En d'autres termes, lorsqu'il a retravaillé les sources de ses théorèmes, Apollonius a délibérément aligné le traitement du mot γωνία sur celui des autres substantifs désignant des objets géométriques. Ce procédé d'unification est l'un des traits essentiels de la modernisation de la diction euclidienne opérée par Apollonius. Ce qu'il faut souligner à cet endroit, c'est qu'Apollonius est le seul mathématicien de toute l'Antiquité grecque qui ait osé ce coup de force, puisque l'usage archaïque de γωνία réapparaît constamment après lui. Voilà un témoignage qui, avec d'autres, prouve qu'Apollonius, dont la langue est pourtant la plus fidèle à celle d'Euclide, est paradoxalement le seul ma-

29. Il est inutile d'en dresser la liste, qui serait fastidieuse. Mais on peut étudier par exemple les occurrences I, 5, 22, 6 et 24, 1 (éd. D.-F. ; 18, 10 et 23, éd. H.), ou encore I, 9, 40, 22 (éd. D.-F. ; 34, 29, éd. H.).

thématicien grec identifiable qui ait été un authentique créateur dans le domaine linguistique. Son plus grand mérite est d'avoir allégé et assoupli la langue euclidienne en la débarrassant de ses traits archaïques [30]. C'est chez lui, dans ses meilleures parties, que la langue mathématique grecque atteint son point de perfection. Mais, dans le cas qui nous occupe ici, il a échoué à moderniser définitivement l'élocution mathématique, ce qui illustre la puissance de la tradition. Nous verrons plus loin un autre échec de ce genre [31].

On notera enfin la remarquable stabilité de cette innovation d'Apollonius dans l'ensemble des théorèmes des Livres I-IV tels qu'ils nous ont été transmis. Sur ce point en tout cas, l'intention d'Apollonius n'a été trahie ni par les lecteurs / recenseurs de l'Antiquité, ni par les copistes anciens ou médiévaux. C'est un point qu'il faut garder en mémoire lorsqu'on s'interroge sur les modifications qu'a pu connaître le texte des *Coniques* entre l'époque d'Apollonius et l'édition d'Eutocius.

B) L'expression ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ

Elle signifie « dans ces conditions, dès lors ». Dans les textes mathématiques, c'est une variante rare de ὥστε placé en tête de phrase (emploi très fréquent de ὥστε). Elle a été empruntée à la langue des textes argumentatifs, où elle est banale, sous cette forme ou avec des variantes qui ne touchent pas le sens [32]. Sa présence dans les problèmes I, 52-60 ne prête pas à de longs développements linguistiques, mais les conclusions qu'on en peut tirer me paraissent particulièrement suggestives. Dans les *Coniques*, on ne la trouve qu'à la fin des propositions I, 55, 56 et 58 ; c'est donc, pour ce groupe de trois problèmes, un excellent marqueur linguistique, conservé lors de leur inclusion dans les *Coniques*. Elle ne présente d'occurrences ni dans les *Éléments*, ni dans les *Data*, et ne se trouve qu'une fois sous cette forme dans le *corpus* archimédien [33] ; en revanche, Archimède offre quatre occurrences du tour parallèle et de même sens εἰ

30. Là-dessus, on pourra consulter *passim* les cinq articles que j'ai déjà consacrés à la langue d'Apollonius dans la *Revue des Études Grecques* depuis 1994.

31. Dans les *Coniques*, il y a une seule occurrence archaïque de βάσις. Elle se trouve dans le problème II, 47, 270, 21. Elle relève de la même analyse que les occurrences de γωνία qu'on vient de voir. Mais elle n'est pas forcément pertinente, parce que son emploi est celui qu'on trouve dans *Élém.*, I, 8, qui s'applique à cet endroit. J'ai déjà examiné cette attestation et son contexte dans « Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (*Seconde partie*) », *REG* 113 (2000), p. 359-391 (p. 371-372).

32. Par exemple, Platon ou Aristote ont des tours parallèles et de même sens, comme εἰ δὲ τοῦτο ou εἰ δὲ τοῦτο οὕτως ἔχει.

33. *Sphère et cylindre*, I, 39, 89, 13.

δὲ τοῦτο [34]. Après Apollonius, on trouve deux occurrences seulement d'une expression parallèle et de sens identique, dans la *Collection* de Pappus [35]. Euclide a donc préféré le seul ὥστε, qu'a retenu aussi Apollonius dans ses théorèmes, mais qui n'a pas régné sans partage dans les problèmes [36].

C) Les conjonctions ἵνα et ὅπως

1) Dans les *Coniques*, il n'y a que deux occurrences de la conjonction de subordination ἵνα, en I, 52, 180, 20 (éd. D.-F. ; 160, 4 H.) et en I, 60, 206, 10 (éd. D.-F. ; 188, 6 H.) D'une manière générale, cette conjonction est très rare dans les textes mathématiques. La raison en est évidemment qu'une conjonction de sens final ne convient pas dans des textes où l'expression de la volonté et du désir, quoique fréquente, n'existe que sous des formes et à des places bien définies [37]. Mais cette conjonction peut avoir, *très exceptionnellement*, un sens consécutif, même dans les textes non mathématiques [38]. Dans son *Dictionnaire*, Mugler relève l'occurrence *Con.*, I, 60, 206, 10, qu'il a raison de ranger dans les emplois de cette conjonction au sens consécutif, comme chez Aristarque ou Pappus. Dans les problèmes I, 52-60, le sens consécutif de ἵνα est précisément assuré par l'occurrence I, 60, 205, 10, où ἵνα reprend la conjonction ὥστε de la protase. Pour compléter les relevés de Mugler dans le *corpus* classique, il

---

34. *Equil. fig. planes*, I, 12, 94, 17 ; I, 13, 98, 6 ; II, 9, 120, 12 et 122, 10. L'expression est un marqueur pour ce traité.

35. ἐὰν ᾖ τοῦτο : VII, 904, 15 et 958, 13. Elle est inexistante dans le *corpus* d'Héron d'Alexandrie et chez Diophante.

36. Il y a aussi, dans ces problèmes, quelques attestations de ὥστε en tête de phrase, comme dans les théorèmes.

37. L'expression de la volonté est présente à un degré éminent dans les protases des problèmes, qui sont des injonctions du genre de celles qu'on trouve dans les traités grecs d'alchimie ; elle l'est tout autant dans les diorismes des problèmes, où l'expression « il faut » révèle la signification de l'infinitif de la protase correspondante. De même, un grand nombre de verbes sont à l'impératif, dans l'ecthèse et la construction. Dans un genre voisin, on doit signaler les postulats du Livre I des *Éléments*, qui sont introduits par un verbe de demande. — Il serait sans doute intéressant de dégager les raisons de l'omniprésence de l'expression de l'ordre et de la volonté dans les mathématiques grecques.

38. Dans la littérature générale, le sens consécutif de ἵνα est parfois attesté, mais pas en dialecte attique ; v. les quelques occurrences données par le dictionnaire grec-anglais de Liddell - Scott - Jones.

suffit d'ajouter qu'Euclide en présente une seule occurrence sûre [39], et qu'on en trouve deux chez Archimède [40].

Il est sans doute difficile de tirer des conclusions assurées de la comparaison externe avec des auteurs comme Euclide et Archimède, qui présentent si peu d'occurrences. C'est la comparaison interne qui a une valeur probante : les occurrences ne se trouvent pas n'importe où dans les *Coniques*, comme cela était possible, mais justement dans ces problèmes et pas ailleurs. En outre, c'est un mot-outil banal et très fréquent dans la langue commune, qui n'avait guère de chances de tirer l'œil du réviseur de ces propositions. Enfin, il ne faut pas considérer seulement l'emploi de ἵνα, mais aussi celui de la conjonction apparentée ὅπως, dont je vais parler tout de suite.

2) Dans les *Coniques*, la conjonction de subordination ὅπως, qui n'a pas de lemme dans le *Dictionnaire* de Mugler, ne se trouve qu'en I, 54, 186, 10 (éd. D.-F. ; 166, 6 H.) Euclide n'en offre pas d'occurrences, mais Archimède en présente neuf [41]. Dans le problème I, 54, comme chez Archimède, son sens n'est pas final, mais consécutif [42] ; c'est donc une variante de ὥστε, conjonction très fréquente chez Archimède. La conjonction ὅπως ne fait pas partie du vocabulaire d'Euclide ou d'Apollonius, mais de celui d'Archimède et de ses sources non euclidiennes [43]. On comprend que j'attache beaucoup d'importance à ces occurrences des conjonctions ἵνα et ὅπως dans les problèmes, alors qu'elles sont rarissimes dans les textes mathématiques, tout en étant très fréquentes dans la langue commune [44].

---

39. *Élém.*, X, 28, 46, 9 (sens final dans un contexte négligé qui le permet).

40. *Sphère et cylindre*, I, 5, 17, 19 (dans le diorisme ; sens plutôt final dans un contexte qui le permet), et I, 6, 18, 19 (dans la protase ; sens consécutif, comme le montre la reprise par ὥστε dans le diorisme).

41. *Sphère et Cyl.,* I, 6e définition, 10, 19 ; 3, 14, 7 ; 4, 16, 13 ; 44, 99, 6 et 9. *Sphère et Cyl.,* II, 3, 109, 15 ; 7, 121, 3. *Méthode*, 1, 87, 17. *Corps Fl.,* I, 2, 8, 15.

42. Le sens consécutif de ὅπως est rarissime dans la langue générale. En revanche, avec ce sens, la conjonction fait partie intégrante du vocabulaire de Diophante ; on en trouve chez lui des centaines d'attestations, qui ne sont pas répertoriées dans les dictionnaires, et elle est trois fois plus fréquente que sa variante ὥστε.

43. Dans la *Collection* de Pappus, il n'y a que sept attestations de la conjonction ὅπως, dont trois dans des passages athétisés par Hultsch (lequel, il faut le préciser, avait l'athétèse facile). Il a cinq fois une valeur finale, et, dans deux occurrences (III, 106, 5 et IV, 250, 26), il introduit une interrogative indirecte.

44. À propos de mots-outils, je voudrais dire en note un mot de la particule τοίνυν, qui est une variante de οὖν – et surtout de δή – et qu'on ne trouve que deux fois dans les *Coniques*, en I, 41, 146, 6 (D.-F. ; 126, 15 H.) et en I, 52, 182, 6

D) Le tour τὸ πρὸς τῇ γωνίᾳ σημεῖον

Cette expression insolite, qui paraît vouloir dire littéralement « le point appliqué à l'angle », n'est attestée que deux fois dans tout le *corpus* classique, précisément dans les protases de *Con*., I, 54, 186, 11 (éd. D.-F. ; 166, 7 H.) et I, 56, 194, 21 (éd. D.-F. ; 174, 26 H.) Dans le reste de la littérature mathématique grecque, il semble qu'elle ne se retrouve qu'une seule fois sous une forme presque identique, chez Pappus [45].

Mais sa structure grammaticale, avec un déterminant prépositionnel, donc en position épithétique, est bien représentée dans d'autres syntagmes ; on en trouvera un certain nombre d'exemples dans la seconde partie de l'article πρός du *Dictionnaire* de Mugler. C'est cette même structure générale que l'on retrouvera plus loin dans le tour ἡ πρὸς τῷ A γωνία. Au sujet de la proposition πρός + datif, Mugler s'exprime en ces termes : « Prép. servant à préciser l'emplacement d'une figure ou d'une partie d'une figure » ; à quoi il faut ajouter les occurrences que je cite dans cette section et qui sont omises par Mugler, où le signifiant de l'objet mathématique déterminé par le complément prépositionnel désigne un point et pas une figure [46]. Le plus souvent, dans les occurrences du genre de celles citées par Mugler, le référent mathématique du déterminant prépositionnel est un point (σημεῖον « point », πέρας « extrémité », κορυφή « sommet », κέντρον « centre »).

(D.-F. ; 160, 14 H.) L'occurrence de I, 41, qui est hors de mon *corpus*, ne me gêne guère, car la phrase où elle est prise ne me paraît pas être de la plume d'Apollonius (pas plus que celle qui introduit le cas de l'ellipse en 126, 25) et précède directement un passage corrompu. Euclide n'offre qu'une attestation (*Élém*., I, 21, 30, 14), mais son quasi-contemporain, Autolycus de Pitane, en présente 9, et Archimède en a 16 occurrences. En revanche, on n'en retrouve que 8 dans la *Collection* de Pappus et 11 dans l'*Arithmétique* de Diophante. Voilà encore un mot qui n'est pas dans la tradition de la langue euclidienne.

45. *Collection*, VII, 668, 11 : τὸ πρὸς τῇ κλάσει σημεῖον « le point appliqué à <l'endroit de> l'inflexion ». Il est question de deux droites qui s'intersectent ; le point d'intersection a reçu le nom de κλάσις (voir les lemmes κλᾶν et κλάσις dans le *Dictionnaire* de Mugler), dont le référent est le sommet de l'angle formé par les droites. Il est clair que le mot σημεῖον est employé ici aussi dans un tour très archaïque, où il n'avait pas le sens de « point euclidien ».

46. Il est important de signaler le tour voisin qu'on trouve dans les protases d'*Élém*., I, 14, 22, 7, et I, 23, 32, 12, ainsi que dans les anaphores de ces protases : τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, tournure archaïque remontant à l'époque où le mot σημεῖον avait le sens de « repère » et pas de « point euclidien ». Le référent était alors obligatoirement l'extrémité de la droite donnée, comme c'est aussi le cas dans ces deux propositions euclidiennes (voir les figures). Toutes les expressions de ce type, où le déterminé est un point, sont des témoins précieux du sens primitif de σημεῖον. Je reviendrai ailleurs là-dessus.

Mais, ce qui m'intéresse ici, c'est principalement le sens du syntagme [47]. On a là une expression qui, traduite littéralement par « le point appliqué à l'angle », ne veut rien dire, même s'il est évident que son référent est le sommet de l'angle.

Mon interprétation est la suivante. L'expression grecque est un indice du sens ancien du mot σημεῖον qui, avant de désigner le point euclidien, c'est-à-dire avant nos plus anciens textes mathématiques, devait désigner la « marque » placée à un endroit particulièrement significatif d'un objet géométrique et servait à repérer cet objet. Ce sont les traces de ce genre qui, sur le modèle des reconstructions familières aux linguistes, permettent de retrouver ce sens ancien du mot. À côté de cette marque, de ce repère, on avait pris l'habitude de mettre une lettre, qui permettait de nommer le repère et, par synecdoque, l'objet lui-même. J'ai développé ces considérations dans deux articles sur le sens de σημεῖον [48].

Je pense donc qu'on a ici une expression archaïque, qui a en outre l'avantage d'être particulièrement en situation. Dans les problèmes I, 54 et 56 des *Coniques*, l'expression complète est la suivante : « [trouver une hyperbole / ellipse] […] telle que […] son sommet soit *le point appliqué à l'angle* ». Le mot κορυφή désigne ici le sommet de la conique, et le tour que je cite est une expression périphrastique désignant le sommet de l'angle dont il est question au début de la protase. Il va de soi que la répétition du mot κορυφή eût été parfaitement admissible, à condition d'ajouter chaque fois les précisions requises. Mais l'emploi de la tournure archaïque dont je parle est un moyen habile d'éviter la répétition du mot κορυφή, qui aurait désigné au même endroit du texte deux sommets différents [49].

47. J'ai déjà eu l'occasion de citer et d'analyser ce syntagme dans « Sur un emploi de *Sèmeion* dans les mathématiques grecques » (*Colloque sur la Science Antique*, juin 1996, Saint-Étienne), Publications du Centre Jean-Palerne, Université de Saint-Étienne, 1998, p. 55-72 (p. 64-65). Dans cet article, je rapproche le passage *Élém.*, IV, 12, 169, 7-8 : νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν γωνιῶν σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, que je traduis par « que soient considérés des repères A, B, Γ, Δ et E des angles du pentagone inscrit ». L'intéressant dans ce passage est la variante syntaxique du tour dont je traite ici : « les *sèmeia* des angles » ; le déterminant prépositionnel est remplacé par un génitif adnominal, ce qui arrive parfois dans d'autres contextes. Cette variante se trouve aussi dans différents endroits de Pappus (*Collection*) que je signale dans l'article en question.

48. À l'article cité à la note précédente, on ajoutera : « Sur l'origine du mot ΣΗΜΕΙΟΝ en géométrie », *REG* 105, 1992, p. 385-405.

49. La préposition qui régit le déterminant est ici la préposition πρός. C'est le plus souvent le cas lorsque le point est l'héritier direct de l'ancien repère préeuclidien, par exemple dans les protases déjà citées *Élém.*, I, 14, 22, 7 et I, 23, 32, 12 et les anaphores de ces protases. En revanche, lorsque le point n'est pas l'ancien repère, c'est-à-dire lorsqu'il n'est pas d'emblée l'extrémité d'une ligne, la préposition la plus

S'il faut relever ici cet emploi de σημεῖον, fondé sur son sens ancien, c'est d'abord parce qu'il est unique dans les Livres grecs des *Coniques* ; en effet, on n'y trouve pas de polyèdres ni d'autres polygones que des triangles, dont les sommets auraient pu être désignés par le mot σημεῖον, comme chez Euclide [50]. Ensuite, parce que l'on ne trouve pas dans les *Coniques* la moindre occurrence de ce mot au sens de « extrémité d'une ligne, marque, repère » ; indice qui s'ajoute à d'autres pour prouver que, dans ses théorèmes, Apollonius a modernisé la langue d'Euclide.

E) L'impératif νοείσθω

Au début de l'article νοεῖν de son *Dictionnaire*, Mugler déclare que, dans la méthode analytique, νοείσθω désigne l'anticipation, par la pensée, de la solution à trouver. L'affirmation demanderait à être sérieusement nuancée ; en outre, elle ne peut prétendre à couvrir tous les emplois de ce verbe, il s'en faut de beaucoup. La forme impérative νοείσθω fait partie d'un petit groupe de formes verbales que je propose d'appeler des « formes verbales de présentation », c'est-à-dire les impératifs intransitivo-passifs δεδόσθω, εἰλήφθω / λελήφθω, ἐκκείσθω [51], νοείσθω / νενοήσθω [52]. Ces verbes, et pas seulement sous la forme impérative, offrent certaines particularités d'emploi qui permettent de les ranger dans une même classe.

---

fréquente est ἐπί, par exemple dans la protase *Élém.*, I, 12, 19, 23 : ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς « d'un point qui n'est pas *sur* la droite ». Mais il y a des exceptions, par exemple en *Élém.*, I, 11, où l'on trouve ἐπί dans l'ecthèse et πρός dans la protase pour déterminer un point qui n'est pas une extrémité, et surtout dans la célèbre définition de la droite, *Élém.*, I, *déf.* 4, où la préposition qui régit le déterminant est ἐπί : Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται, pour laquelle, dans mes articles sur *sèmeion* cités plus haut, je propose la traduction suivante : « La ligne droite est la ligne qui est isothétique de ses repères / extrémités » (« repères » est le sens ancien du mot dans ce tour, « extrémités » le sens plus récent ; en revanche, la traduction par « points » ne veut rien dire). — Je ne veux pas m'étendre longuement ici sur ce genre de phénomène, mais je dois signaler que la traduction reçue, en mathématiques, de la préposition ἐπί + gén. par « sur » n'est qu'un tenace faux-sens dont il est impossible de se débarrasser, mais qu'il faut chaque fois dénoncer, même lorsqu'on l'adopte soi-même (car je crois que, dans ce cas précis, il est impossible de rompre avec la tradition). Certes, il s'est fait un partage souvent respecté entre les emplois de πρός + datif et de ἐπί + génitif, mais les exceptions que je viens de signaler prouvent que, en géométrie (et aussi ailleurs), les deux prépositions avaient primitivement le même sens de « à côté de ».

50. V. mon article cité à la n. 48.

51. À quoi il faut peut-être ajouter l'impératif κείσθω, qui a le sens locatif de « que soit placé <sur la figure> ».

52. Il faut exclure de cette liste l'impératif ἔστω, puisqu'il peut s'employer comme copule.

Ils ne sont jamais le verbe de la proposition principale (au sens grammatical) d'une protase, qu'il s'agisse d'un théorème ou d'un problème, ce qui fait qu'ils n'apparaissent pas non plus dans le diorisme[53]. Quant aux formes d'impératif énumérées ci-dessus, elles n'ont jamais la fonction d'anaphores de postulats ou de problèmes. Ensuite, contrairement à d'autres, elles n'introduisent jamais un attribut du sujet [54] ; autrement dit, ces impératifs ont une valeur strictement existentielle, et jamais copulative. Enfin, on les trouve aussi bien dans les ecthèses que dans les constructions.

Le verbe νοεῖν peut se traduire dans toutes ses occurrences par « se donner par la pensée, considérer ». L'impératif est une sorte de variante du tour γεγονέτω, καὶ ἔστω, κτλ. « soit le problème résolu, et soit, *etc.* », qui ouvre généralement les analyses. Chez Euclide, on trouve neuf occurrences de l'impératif [55].

À titre de curiosité, voici le premier exemple donné par Mugler dans son *Dictionnaire*, la proposition *Élém.*, IV, 12, déjà évoquée plus haut. L'ecthèse dit ceci : « Soit un cercle donné ΑΒΓΔΕ ». ΑΒΓΔΕ est le nom du cercle, et les points Α, Β, Γ, Δ, Ε ne sont pas encore fixés. La construction débute ainsi : Νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν γωνιῶν σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε « Que soient considérés des repères Α, Β, Γ, Δ et Ε des angles du pentagone inscrit ». Toutes les traductions modernes de cette phrase sont fausses, car toutes donnent à la forme verbale νενοήσθω un sens copulatif [56].

---

53. Les exceptions sont rares et figurent dans des expressions non canoniques du diorisme, comme dans Archimède, *Sph. Cyl.*, I, 19, où le diorisme s'énonce : Λέγω ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κώνου νοηθῇ ἀφῃρημένος ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος, κτλ. « Je dis que, si est considéré le rhombe BDZE retranché du cône ABG, etc. » D'un point de vue canonique, la subordonnée conditionnelle aurait dû figurer dans l'ecthèse, *comme c'est le cas dans la proposition 20*, sous l'une des deux formes suivantes : νοείσθω ἀφῃρημένος ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος, ou bien ἀφῃρήσθω ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος.

54. Il ne faut pas se laisser abuser par l'occurrence qu'on trouve dans un ouvrage apocryphe du *corpus* archimédien, (*Livre des lemmes*, p. 137), dont le texte grec n'est d'ailleurs que la rétroversion de la traduction latine du texte arabe conservé : λελάφθω δὲ εὐθεῖα ἁ ΔΕ εὐθείᾳ τᾷ ΔΑ ἴσα « que soit prise une droite ΔΕ égale à une droite ΔΑ » ; l'adjectif ἴσα n'est nullement attribut du sujet, mais en apposition.

55. *Élém.*, XII, 13, 120, 18 (théorème ; seule occurrence de la forme νοείσθω) ; IV, 12, 169, 7 (problème) ; XI, 12, 18, 15 (problème) ; XII, 4, 91, 26 (lemme d'un théorème) ; XII, 14, 122, 10 (théorème) ; XII, 15, 124, 2 (théorème) ; XII, 17, 127, 1 (théorème) ; XII, 18, 134, 12 (théorème) ; XII, 18, 135, 5 (théorème). On voit que ce verbe est un marqueur pour le Livre XII des *Éléments*.

56. Sans compter qu'elles rendent toutes le mot σημεῖα par « points », alors qu'il a gardé ici son sens ancien de « repères ». L'expression « les points des angles » ne voulant rien dire, on comprend que les traducteurs aient inventé tacitement à cet endroit des structures grammaticales grecques leur permettant de tourner la difficulté. Voyez *supra* la section consacrée au tour τὸ πρὸς τῇ γωνίᾳ σημεῖον.

Le tableau suivant résume les occurrences de l'impératif dans le *corpus* classique.

	νοείσθω	νενοήσθω
Euclide	1 (XII, 13, 120,18 ; théorème)	8 (IV, 12, XI, 12 ; 6 dans XII ; théorèmes et problèmes)
Archimède	63 (théorèmes et problèmes)	0
Apollonius	3 (problèmes du L. I : I, 52, 182, 9 ; I, 54, 188, 16 ; I, 56, 196, 23)	0

On voit que cette forme verbale ne fait pas partie du vocabulaire ordinaire d'Apollonius [57], c'est-à-dire de celui des théorèmes. Euclide n'a pratiquement que νενοήσθω. En revanche, elle est très fréquente chez Archimède, mais uniquement sous la forme νοείσθω, comme dans les trois occurrences des problèmes des *Coniques*. L'auteur de l'insertion des problèmes a conservé ici sans changement trois occurrences issues d'une tradition linguistique non euclidienne [58].

F) Un emploi spécial des impératifs γινέσθω / γενέσθω

Ces deux formes d'impératifs sont très peu nombreuses dans le *corpus* classique, ce qui peut s'expliquer par leur rareté à cette époque dans la langue générale. Dans les textes non mathématiques, ils ne deviennent assez fréquents qu'à partir du début de notre ère. Chez Euclide, on ne les trouve que dans les deux occurrences du tour καὶ τοῦτο ἀεὶ γινέσθω [59]. Chez Archimède, ces deux formes se trouvent une seule fois, dans la *Méthode* [60]. En revanche, il y a dix occurrences de γενέσθω dans l'œuvre de Sérénus (introduisant ou non une proportion), ce que j'explique par l'abondance relative de cette forme chez les grands auteurs du IVᵉ siècle ap. J.-C. et

57. Il n'existe pas d'autres formes du verbe νοεῖν dans les *Coniques*.

58. Dans sa *Collection*, Pappus en présente en tout 19 occurrences, dont une seule de νενοήσθω.

59. X, 2, 4, 9 et XII, 5, 93, 10 : « que cela se produise sans cesse ».

60. *Méthode*, 3, 93, 7 (γινέσθω) ; 6, 103, 2 (γενέσθω) ; il s'agit dans les deux cas de la production d'une figure plane, obtenue par la section d'un solide.

quasi-contemporains de Sérénus, comme le rhéteur Libanius ou l'auteur ecclésiastique Jean Chrysostome, qui en présentent chacun plusieurs dizaines. Pourtant, on ne trouve rien chez Pappus (*Collection*), qui est à peu près de la même époque.

Chez Apollonius, il y en a cinq attestations en tout ; quatre γινέσθω, en I, 50, 172, 10 (éd. D.-F. ; 150, 21 H.) ; I, 54, 188, 9 (éd. D.-F. ; 168, 6 H.) ; II, 53, 314, 16 et IV, 26, 42, 17 ; un γενέσθω en II, 53, 314, 7. On ne peut exclure que la répartition entre ces deux formes soit due à la fantaisie des copistes. En tout cas, leur fonction est chaque fois identique : elles introduisent une proportion de la forme ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν HΘ « EZ est à HΘ comme AB est à ΓΔ ». On retrouve la même fonction dans la protase de I, 51, 176, 12 (éd. D.-F. ; 154, 15 H.), où la forme γενηθῇ, unique attestation du subjonctif aoriste du même verbe dans les *Coniques*, introduit elle aussi une proportion.

Or, dans les textes mathématiques, il est fréquent qu'il soit demandé d'établir une proportion. Dans le *corpus* classique, l'impératif introducteur le plus courant est πεποιήσθω, dont c'est la seule et unique fonction. Ce πεποιήσθω n'est pas très fréquent chez Euclide, puisqu'on n'en trouve que huit occurrences, toutes dans le Livre X ; chez Euclide, la seule variante pour cette fonction est la forme γεγονέτω [61] (voir *infra* l'examen de γεγονέτω). Il est plus fréquent chez Archimède, où il est attesté quatorze fois, dont treize dans *Sphère et cyl.* ; avec cette même fonction, on a aussi quatre occurrences de ἔστω [62]. Chez Apollonius, il est attesté dix-huit fois, dans les problèmes comme dans les théorèmes [63] ; avec cette fonction, on trouve aussi trois occurrences de ἔστω et une de γεγονέτω [64].

Il résulte de ces indications que, chez Apollonius, les formes γινέσθω / γενέσθω, qui apparaissent quatre fois sur cinq dans les problèmes des Livres I-II, sont une variante rare de πεποιήσθω pour introduire une proportion, tout comme aussi ἔστω. Elles sont donc un marqueur pour ces problèmes.

61. 23 occurrences.

62. Toutes dans *Equil. fig. planes*, dont c'est un marqueur : I, 6, 85, 5 ; I, 11, 92, 15 ; I, 12, 94, 1 ; II, 7, 113, 4.

63. 18 occurrences, surtout dans les deux premiers Livres, à quoi il faut ajouter la forme de thème de présent ποιείσθω en I, 15, 64, 4 (éd. D.-F. ; 58, 25 H.) ; deux occurrences légèrement déviantes en I, 32, 112, 7 (éd. D.-F. ; 98, 7 H.) et I, 58, 200, 21 (éd. D.-F. ; 182, 25 H.), où πεποιήσθω introduit l'égalité de deux aires.

64. IV, 12, 18, 26 ; IV, 21, 32, 28 ; IV, 22, 34, 18 pour ἔστω, et III, 15, 344, 7 pour γεγονέτω. À titre de curiosité, voici les données chiffrées pour Pappus (*Collection*) : 28 occurrences de πεποιήσθω ὡς (seule fonction de cet impératif), 19 de ἔστω ὡς et 2 de γεγενήσθω ὡς.

*

* *

DEUXIÈME PARTIE : Examen des problèmes II, 4 et II, 42-53

I) Le problème II, 4

Il a fait l'objet de plusieurs études par W. R. Knorr, A. Jones et M. Decorps-Foulquier, sur lesquelles je n'ai pas à revenir [65]. Je me contenterai d'ajouter trois remarques linguistiques à ce que j'ai écrit dans l'article cité en note.

A) *L'impératif* δεδόσθω [66]

Alors que les différentes formes du verbe διδόναι « donner » sont très fréquentes dans les textes mathématiques grecs, l'impératif δεδόσθω est relativement rare. Dans les *Coniques*, cette forme verbale n'apparaît que dans le problème II, 4. Elle n'existe ni dans les *Éléments* ni dans les *Data*. On trouve parfois des variantes du type ἔστω δεδομένος / δεδομένη, chez Archimède, *Spirales*, 8, 21, 1, en *Con*., I, 52, 180, 15 (éd. D.-F. ; 158, 25 H.), et surtout dans les *Data*. La forme δεδόσθω n'est donc pas euclidienne [67]. En revanche, elle n'est pas rare chez Archimède, puisqu'on en trouve chez lui treize occurrences. Mon hypothèse est donc que, dans le problème II, 4, malgré les remaniements qu'il a pu connaître, elle est un témoin d'une tradition non euclidienne où a puisé aussi Archimède.

B) *Un emploi spécial de l'impératif* γεγονέτω

À cet endroit des *Coniques* [68], c'est une variante de la forme courante ἔστω pour exprimer l'égalité demandée d'un carré et d'un rectangle. Chez

---

65. W. R. Knorr, « The Hyperbola-Construction in Conics, Book II: Ancient Variations on a Theorem of Apollonius », *Centaurus* 25 (1982), p. 253-291. A. Jones, *Pappus of Alexandria, Book 7 of the Collection*, New York, *etc*., 1986, p. 486-487. M. Decorps-Foulquier, *op. cit.* (n. 1), p. 106-108. J'ai moi-même fait quelques remarques linguistiques sur cette proposition dans « Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (*Première partie*) », *REG* 112 (1999), p. 409-443.

66. II, 4, 200, 1.

67. Elle est présente 2 fois chez Pappus (*Collection*), 3 fois chez Sérénus, 9 fois dans le *corpus* d'Héron (en comprenant les œuvres inauthentiques). Elle n'existe ni chez Théodose de Tripoli, ni chez Diophante.

68. II, 4, 200, 9.

Euclide, à part trois exceptions [69], la forme γεγονέτω est réservée à l'expression de l'identité demandée de deux rapports ; il en va de même pour les *Data*, où γεγονέτω ne se trouve que dans le syntagme fréquent ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ « que <le rapport> de ΑΒ à ΓΔ soit le même que celui-ci » [70]. Chez Archimède, la forme est rarissime [71]. Chez Apollonius, l'emploi qui en est fait en II, 4 est unique dans les *Coniques*, qui ne présentent ailleurs que les occurrences canoniques dans les analyses des problèmes II, 44-53 (au sens de « soit le problème résolu ») [72], à quoi il faut ajouter une occurrence exprimant l'identité de deux rapports (III ,15, 344,7) et une occurrence métamathématique qu'on retrouve aussi deux fois chez Euclide [73] : καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτὰ γεγονέτω « et que le reste soit identique » (IV, 50, 80, 10), où γεγονέτω n'est qu'une variante sans intérêt de ἔστω.

Ces brèves considérations suffisent pour montrer que l'emploi de γεγονέτω pour exprimer l'égalité de deux figures est unique dans le *corpus* classique, ce qui en fait un marqueur pour le problème II, 4 et le met à part.

C) *Le tour* ἡ πρὸς τῷ Α γωνία [74]

J'ai déjà eu l'occasion de m'exprimer deux fois sur ce tour [75], mais il n'est peut-être pas inutile que je revienne sur le sujet dans la perspective qui m'occupe ici.

Dans les textes mathématiques grecs, on trouve trois désignations de l'angle (je cite seulement les formes où le déterminant est en position épithétique) :

---

69. *Élém.*, X, 2, 4,10, introduit une démonstration apagogique ; et deux emplois métamathématiques, en X, 35, 59, 4 : καὶ τὰ λοιπὰ γεγονέτω τοῖς ἐπάνω ὁμοίως « et que le reste soit comme ci-dessus », et en X, 105, 191, 1 : γεγονέτω γὰρ τὰ αὐτά « soit la même chose », où γεγονέτω n'est qu'une variante de ἔστω.

70. La forme ἔστω est absente des *Data* dans ce contexte. Je ne m'explique pas cet emploi privilégié chez Euclide de γεγονέτω pour l'expression de l'identité de deux rapports.

71. Deux occurrences canoniques au début d'analyses (*Sphère et Cyl.*, II, 3, 109, 17 et II, 7, 121, 5) et une occurrence pour exprimer l'identité d'un rapport (*Équil. des plans*, I, 13, 96, 17).

72. Ces occurrences classiques correspondent à la formule euclidienne εἰ [...], γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν.

73. V. *supra*, n. 68.

74. II, 4, 200, 2.

75. « Sur un emploi de *sèmeion*, *etc.* », art. cité (n. 47), p. 55-72 (p. 63 et s.) ; et « Notes [...] sur le Livre II des *Coniques* [...] (*Seconde partie*) », art. cité (n. 31), p. 381 et s.

a) ἡ ὑπὸ (τῶν) ΒΑΓ γωνία, forme abrégée de la forme pleine *ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ εὐθειῶν περιεχομένη γωνία « l'angle compris par les droites BA et ΑΓ » ; cette dénomination convient à toutes les situations, car elle fait intervenir les droites enveloppantes ; elle a l'avantage d'éviter le recours implicite à la figure.

b) ἡ Α γωνία « l'angle A » ; c'est la forme la plus brève ; l'angle est désigné par une lettre, c'est-à-dire un repère, mais pas directement par le point-sommet ; A est le nom de l'angle ; il n'y a donc pas de synecdoque et rien à sous-entendre ; linguistiquement parlant, la forme est parallèle au tour τὸ Α σημεῖον « le point A ». Mais ce n'est pas parce qu'elle se rencontre uniquement dans les problèmes, et surtout dans les problèmes de la fin du Livre II [76], qu'elle offre de l'intérêt. En effet, presque partout, sauf dans une occurrence du Livre II [77], elle désigne un angle donné placé à côté de la figure principale et qu'on aurait du mal à désigner autrement ; le même tour se trouve déjà chez Euclide, par exemple en *Élém.*, I, 42, 44 ou 45. C'est une manière de noter des droites et des figures planes ou solides, quand on n'a pas besoin de marquer les arêtes ou les sommets.

c) ἡ πρὸς τῷ Α γωνία, forme abrégée de la forme pleine *ἡ πρὸς τῷ Α σημείῳ γωνία, littéralement : « l'angle appliqué au *point* A ». Cette traduction, qui s'impose dans le cadre d'une mathématique possédant un point de type euclidien, c'est-à-dire dépourvu de parties, ne rend sans doute pas justice à la formation de ce syntagme, qui remonte à une époque où, je le disais déjà plus haut, le mot σημεῖον avait le sens de « repère, marque ». L'angle, qui faisait partie d'un polygone repéré par ses sommets, était lui aussi repéré par un σημεῖον ; le sens du syntagme devait être « l'angle appliqué au *repère* A ». Il me paraît donc vraisemblable que ce tour est la manière ancienne de désigner un angle à une époque antérieure à la création du concept euclidien de « point » [78].

---

76. Livre I : I, 59, quatre occurrences. Livre II : II, 50, 290,1 ; II, 51, neuf occurrences ; II, 53, sept occurrences.

77. II, 51, 304, 10 ; mais cette occurrence est manifestement due à un contamination provenant des autres occurrences, qui se rencontrent à foison dans cette proposition.

78. On en trouve plus de 100 occurrences dans les *Éléments*, et 15 dans les *Data*. Mais il faut préciser que c'est la variante *a)* qui règne presque sans partage dans le Livre I (sauf en I, 24, 33, 19), ce qui signifie que le texte d'*Élém.*, I a déjà été modernisé par Euclide lui-même ou par des recenseurs ou des copistes postérieurs (sur les particularités linguistiques des Livres I des *Éléments* et des *Coniques* qui les différencient des Livres suivants, on pourra consulter mon article « Défini / indéfini », art. cité [n. 1], p. 283 et s.) – Archimède en offre 11 (avec πρός et sa variante dorienne ποτί) seulement.

Or il se trouve que, *si l'on excepte les problèmes des Livres I-II*, la variante *c)* est presque absente des Livres I-IV des *Coniques*, alors qu'Apollonius avait des dizaines d'occasions de l'employer. Ailleurs que dans les problèmes, on n'en rencontre que quatre attestations : I, 5, 24, 3 (éd. D.-F. ; 18, 26 H.) ; II, 20, 228, 2 ; III, 45, 424, 26 ; III, 47, 428, 18. Il est évident que cette variante ne fait pas vraiment partie du lexique d'Apollonius, qui a, encore une fois, supprimé dans ses théorèmes les archaïsmes les plus voyants de la langue d'Euclide. Il faut encore souligner qu'Apollonius, en refusant presque partout la variante *c)*, a accompli un véritable coup de force, resté sans lendemain, comme on l'a déjà vu plus haut dans le cas de son rejet de l'emploi « primitif » de γωνία, puisqu'on trouve des dizaines d'occurrences de la variante *c)* chez des auteurs postérieurs comme Héron (*Metrica*) ou Pappus (*Collection*).

En revanche, les problèmes des Livres I-II en présentent vingt occurrences [79], signe indubitable que leur langue est plus ancienne que celle d'Apollonius [80].

II) Les problèmes II, 44-53 [81]

A) *L'impératif* ἐκκείσθω *« que soit placé sur la figure »*

Dans les *Coniques*, l'impératif de présentation ἐκκείσθω n'apparaît que quatre fois, et précisément dans les problèmes du Livre II [82]. Il n'est pas non plus très fréquent chez Euclide, sauf dans les Livres X et XIII, où il est un marqueur pour ces Livres, et moyennement fréquent chez Archimède (seize occurrences) [83]. Il ressort de là qu'Apollonius a préféré d'autres présentatifs à ἐκκείσθω, notamment ἔστω. Certes, la comparaison externe avec les auteurs antérieurs ne donne pas grand-chose, mais la comparaison interne montre que cet impératif est une relique d'une époque antérieure, non effacée lors de l'inclusion de ces problèmes à la fin du Livre II.

---

79. Livre I : I, 53, 186, 1-2 (éd. D.-F. ; 164, 19 H.) ; I, 58, 202, 2 (éd. D.-F. ; 182, 28 H.) — Livre II : II, 4, 200, 2 ; II, 50, 288, 7 et 10 ; 290, 1 ; 290, 12 et 13 ; 293, 3 ; 294, 9 et 10 ; 296, 2 et 3 ; II, 51, 298, 12 ; 304, 10 ; II, 52, 306, 20 et 21 ; 308, 12 ; II, 53, 312, 26 ; 316, 10 et 11.

80. On aurait tort de s'intéresser à l'expression ἡ Α γωνία, qui n'a rien de spécifique.

81. En fait, deux de ces propositions sont des théorèmes : II, 48 et 52 (dans la numérotation d'Heiberg).

82. II, 51, 300, 4 et 27 ; II, 52, 308, 1 ; II, 53, 312, 18.

83. En revanche, on en trouvera plus de trente attestations chez Pappus (*Collection*).

B) *L'emploi du participe présent* διδόμενος

Dans le *corpus* classique, le participe présent passif du verbe διδόναι est très rare. Chez Euclide, les *Data* n'en fournissent aucune attestation (mais il y a de nombreux participes aoristes ou parfaits), les *Éléments* n'ont aucune forme de parfait, de très nombreuses formes d'aoriste et seulement deux occurrences du thème de présent, attestées dans le donné manuscrit, mais certainement inauthentiques [84]. Chez Archimède, le participe parfait est fréquent dans les *Spirales*, les aoristes sont nombreux dans toute l'œuvre, et il n'existe que deux attestations du participe présent, toutes deux très douteuses [85].

Apollonius a de nombreuses attestations du participe aoriste, peu de parfaits, et seulement deux occurrences du thème de présent [86]. Si je les relève, c'est parce qu'elles se trouvent toutes deux dans des problèmes et qu'elles sont attestées dans la tradition manuscrite, mais elles sont aussi douteuses que chez Euclide ou Archimède.

C) *Le tour archaïque du type* [εὐθεῖα] ἐφ' ἧς (τὰ) AB

J'ai déjà examiné ce tour dans un article antérieur, consacré à son emploi dans l'ensemble des mathématiques grecques [87]. Je ne reviens donc pas sur sa formation, mais me réfère implicitement à cet article.

Le tour est très répandu chez Aristote (et ses commentateurs), et se trouve aussi dans la notice qu'Eudème, le disciple d'Aristote, avait consacrée à la quadrature des lunules par Hippocrate de Chios [88], mathématicien

---

84. IV, 5, porisme, 159, 15, dans un passage athétisé par Heiberg et qui contient la mention erronée ἡ διδομένη γωνία ; VI, 28, 90, 6 : le syntagme τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον est certainement une bourde de copiste pour τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον, qui se trouve au début de la protase et dans l'ecthèse.

85. *Sphère et cyl.*, II, 1, 102, 10 : διδόμενος κύκλος ; mais la forme est plus que douteuse, car on attend δοθεὶς κύκλος, comme dans la protase et au début de la synthèse ; II, 7, 121, 18 : τὸν διδόμενον λόγον ; mais on attend en réalité τὸν δοθέντα λόγον, comme dans le reste de la proposition.

86. II, 49, 276, 23 : τὸ δὴ διδόμενον σημεῖον ; la forme est très douteuse, car on a τὸ δοθὲν σημεῖον dans le reste de la proposition ; II, 53, 310, 22 : τὴν διδομένην ὀξεῖαν γωνίαν ; on attend τὴν δοθεῖσαν γωνίαν, comme dans le reste de la proposition.

87. « Sur la locution ἐφ' οὗ / ἐφ' ᾧ servant à désigner des êtres géométriques par des lettres, *etc.* », *Mathématiques dans l'Antiquité*, Centre Jean-Palerne, Univ. de Saint-Etienne, 1992, p. 9-25. Dans cet article, j'avais eu tort de juger non pertinente l'attestation *Coniques*, III, 13, 338, 12.

88. Eudème avait composé une *Histoire de la géométrie*, aujourd'hui perdue (on pourra consulter L. ZHMUD, *The Origin of the History of Science in Classical Antiquity*, Berlin - New York, 2006, chap. 5, 2 : « The History of Geometry: On a Quest for New Evidence »). L'extrait relatif à la quadrature des lunules a été conservé par Simplicius (VIe siècle apr. J.-C.) dans son commentaire à la *Physique* d'Aristote.

de la seconde moitié du V^{e} siècle av. J.-C. Il y a encore quelques attestations chez les auteurs postérieurs.

Il s'agit d'une expression archaïque servant à désigner les objets mathématiques par des lettres. Chez Hippocrate, ce tour est affecté à l'expression de points, de segments de droites, de lunules et de polygones. La préposition ἐπί régit le génitif ou le datif, de façon à peu près aléatoire, surtout chez Aristote ; elle a le sens de « auprès de, à côté de ». Lorsqu'elle a été créée, bien longtemps avant l'invention du point euclidien, une expression du type ἡ εὐθεῖα ἐφ' ἧς AB signifiait donc forcément « la droite auprès de laquelle il y a les lettres A et B ». Par synecdoque, les lettres A et B ont été affectées à la désignation des σημεῖα, c'est-à-dire les « repères » du segment de droite en question, ces marques faites au crayon gras à chaque extrémité du segment. La création du point euclidien comme d'un objet dépourvu de parties n'a rien changé à l'expression, mais les lettres A et B ont alors désigné les « points euclidiens » que sont les extrémités de la droite en question.

Ce tour très archaïque a généralement disparu chez les auteurs postérieurs. Il a été totalement effacé du texte d'Euclide qui nous a été transmis. Mais on en trouve un certain nombre d'attestations dans les œuvres d'Archimède [89], ce qui est une des preuves qu'Archimède, linguistiquement parlant, n'est pas « euclidien ». Pappus l'emploie quelquefois au Livre II de sa *Collection*, pour l'affecter à la désignation des lignes figurant des nombres, sans doute par imitation de ses sources.

Chez Apollonius, il en reste cinq occurrences [90]. Elles sont toutes sur le même modèle :

– II, 44, 264, 22 : Ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ ἐφ' ἧς τὰ A, B, Γ, Δ, E σημεῖα « Soit une section de cône donnée, marquée des points A, B, Γ, Δ et E ».

Ce passage a été débarrassé des ajouts et incises de Simplicius et présenté de façon commode par O. Becker, « Zur Textgestaltung des Eudemischen Berichts über die Quadratur der Möndchen durch Hippokrates von Chios », *Quellen und Studien zur Gesch. d. Math., Astron. und Phys.,* Abt B, vol. III, 1936, p. 411-419.

89. *Conoïdes et sphér.*, 2, 162, 1 et 7 ; 3, 165, 4 ; 4, 166, 25,26 et 27 ; 27, 228, 22 et 230, 10) ; 29, 237, 14 et 239, 14. Le tour se trouve aussi dans les ecthèses des *Spirales*, 13, 15, 16, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28. Dans tous ces cas, sauf, en 13 et en 16, on trouve la formulation bizarre ἐφ' ἇς ἁ ABΓ ; cette formulation, qu'on retrouve dans *Quadr. parab.*, 1, 166, 21, est une contamination du tour comportant l'article τὰ et du tour normal devenu classique à partir d'Euclide, εὐθεῖα ἡ AB.

90. Car il ne faut pas compter l'occurrence de IV, 8, 14, 18 : τῇ ἀσυμπτώτῳ ἐφ' ἧς ἔσται τὸ Δ σημεῖον, syntagme qui n'est que la transformée de l'énoncé ἔστω τὸ Δ σημεῖον ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσυμπτώτων. De même pour les références suivantes : IV, 13, 20, 19 ; IV, 17, 28, 2 ; IV, 20, 32, 5 et 20 ; IV, 21, 34, 2 et 10.

– II, 44, 266, 2 : même expression dans la synthèse.

– II, 46, 266, 14 : Ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολὴ ἐφ' ἧς τὰ Z, Γ, E « Que la section de cône donnée soit d'abord une parabole, marquée des points Z, Γ et E ».

– II, 46, 268, 1 : même expression dans la synthèse.

– III, 13, 338, 12 : Ἔστωσαν συζυγεῖς ἀντικείμεναι ἐφ' ὧν τὰ A, B, Γ, Δ σημεῖα « Soient des opposées conjuguées, marquées des points A, B, Γ et Δ ».

Il est clair que ces attestations sont des traces du tour ancien, dans des propositions peu retouchées. Le cas le plus délicat est celui de la proposition III, 13, qui n'est pas un problème. Serait-elle, elle aussi, d'origine ancienne ? Les historiens disent tous que c'est Apollonius qui a inventé les hyperboles à deux branches, qu'il appelle les « opposées ». Il faudrait peut-être réviser cette affirmation. En effet, outre la particularité linguistique que je viens de relever, et qui est la plus voyante, la proposition III, 13 comporte deux autres expressions que je voudrais examiner brièvement :

a) 338, 22 : ἡ καλουμένη δευτέρα διάμετρος « ce qu'on appelle le second diamètre » ;

b) 338, 23 : διὰ δὲ τοῦτο « pour cette raison ».

En comptant III, 13, l'expression ἡ καλουμένη « ce qu'on appelle » revient dix fois dans les *Coniques*. Sept fois sur dix, elle introduit une conique, et, en III, 15, elle qualifie deux fois le côté droit. À mon avis, dans toutes ces occurrences, l'expression qualifie un objet géométrique nommé autrement dans les sources d'Apollonius, ce qui est le cas dans les quatre problèmes I, 52 (parabole), I, 54 (hyperbole), I, 56 (ellipse), et II, 4 (hyperbole) [91]. Il n'y a aucune raison de penser que, dans III, 13, cette expression soit autre chose que la trace d'un remaniement par Apollonius lui-même de la dénomination ancienne qu'il trouvait à cet endroit. On objectera que cela devrait être aussi le cas dans toutes les propositions des *Coniques*. À mon avis, la refonte des propositions antérieures par Apollonius a été le plus souvent si profonde que l'expression ne s'imposait plus. Si j'ai raison, toutes les attestations de cette expression se trouvent dans des propositions seulement un peu retouchées par Apollonius [92].

---

91. C'est aussi une conique qui est ainsi introduite dans I, 14 (hyperbole, deux fois) et I, 32 (parabole).

92. On trouve aussi trois attestations de la variante ἡ λεγομένη ὀρθία « ce qu'on appelle le diamètre droit » : II, 37, 256, 6 (protase) ; II, 38, 256, 2 (protase) ; II, 38, 256, 8. Ces occurrences sont justiciables de la même analyse.

Quant à l'expression διὰ δὲ τοῦτο (et à sa variante καὶ διὰ τοῦτο), elle n'est pas pas très fréquente dans les *Coniques* ; la plus grande densité d'emploi de ces deux formes se trouve précisément dans les problèmes du Livre II.

Je tire de toutes ces remarques que la proposition III, 13 a conservé un certain nombre de traces d'une rédaction antérieure à la révision d'Apollonius, et notamment une attestation du tour ἐφ' ἧς qu'on trouve encore dans les problèmes du Livre II.

D) *Le tour* ὀρθὸς πρός + *accusatif*

En grec, il y a trois manières de dire qu'une droite ou un plan fait un angle droit avec une droite ou un plan : κάθετος « perpendiculaire », πρὸς ὀρθάς « à angles droits », et ὀρθὸς πρός + accusatif « faisant un angle droit avec ». Dans le *corpus* classique, les deux premières dénominations sont de loin les plus fréquentes.

Ce qui m'intéresse ici [93], ce sont les emplois de ὀρθὸς πρός + acc., parce que, chez Apollonius, toutes les attestations de ce tour, sauf les exceptions justifiées de I, 5, 22, 2 (éd. D.-F. ; 18, 5 H.) et I, 7, 32, 16 (éd. D.-F. ; 28, 1 H.) (v. *infra*), se rencontrent dans les problèmes des Livres I et II [94].

Dans les *Éléments*, le tour n'est pas rare (mais absent des *Data*). Ce qui montre qu'il n'est pas très ancien, c'est qu'il n'apparaît qu'à partir du Livre XI, *déf.* 3 et dans les propositions de ce Livre et des Livres XII et XIII, qui sont d'une langue moins archaïque que celle des Livres I-IV ; dans ces Livres, il est en concurrence avec πρὸς ὀρθάς ou κάθετος. Son inexistence dans le Livre III, dont la langue a beaucoup influencé celle d'Apollonius, est peut-être la raison pour laquelle il est à peu près absent des théorèmes des *Coniques* ; simple hypothèse, bien entendu, comme le sont un grand nombre des opinions qu'on peut soutenir dans un domaine où nos sources sont si lacunaires.

Dans les œuvres d'Archimède, le tour est rarissime. Aux deux références signalées par Mugler [95] on ajoutera *Spirales*, 20, 47, 6, et *Méthode*, 9, 109, 10 (dans un passage restitué) et 14, 120, 14 et 18 [96].

---

93. Je reprends ici, en l'adaptant à mon propos d'aujourd'hui, la note sur le sujet parue dans « Notes […] sur le Livre II des *Coniques* […] (*Seconde partie*) », art. cité (n. 31), p. 373.

94. Il faut noter qu'il n'est nulle part question d'angles droits dans le Livre IV, ce qui réduit l'étendue du *corpus*.

95. *Conoïdes et sphér.*, 7, 171, 13 : Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, κτλ. « Une section de cône acutangle (= ellipse) étant

Dans les *Coniques*, les occurrences dans les théorèmes I, 5, 22, 2 et I, 7, 32, 16 (éd. D.-F. ; 18, 5 et 28, 1 H.) s'imposaient de toute nécessité, puisque la référence implicite est à *Élém.*, XI *déf.* 4 et 3 respectivement, où le mot ὀρθός est attesté. Ces occurrences ne jouent donc aucun rôle dans mes supputations. Il faut exclure pour la même raison les occurrences presque obligatoires des problèmes du Livre I (I, 52, 54 et 56, *passim*), puisque la référence implicite est à *Élém.*, XI, *déf.* 3 ainsi qu'à XI, 19, où ὀρθός concurrence à trois reprises πρὸς ὀρθάς, attesté dix fois dans cette même proposition.

En revanche, les cinq occurrences du problème II, 49 intéressent directement mon sujet [97]. Quand elles sont dans l'analyse, la référence implicite est à *Data* 29, où l'on ne trouve pas le mot. Les cinq occurrences de II, 49 ne s'imposent donc absolument pas, ce qui tend à prouver que leur présence à cet endroit est le témoignage d'une rédaction antérieure non révisée à cet endroit par Apollonius.

E) *Les formes verbales à la première personne* [98]

La langue mathématique classique a tendu à éliminer les formes verbales personnelles et à les remplacer par des passifs impersonnels [99]. Il en reste pourtant un certain nombre, qui doivent être analysées en détail. Ces formes se rangent dans deux grandes classes théoriques [100] : (a) les erreurs, les interpolations ou les réécritures de la main de copistes ou de recenseurs,

---

donnée, et une droite [litt. = ligne] étant élevée depuis le centre de la section de cône acutangle en faisant un angle droite avec le plan [de l'ellipse], *etc.* » ; 23, 211, *passim*.

96. On en trouve un certain nombre d'occurrences chez Héron. Quant à Pappus (*Collection*), il en présente un nombre considérable, parfois sous la variante ὀρθὸς ἐπί + acc., et plus souvent encore sous la variante ὀρθὸς + datif.

97. II, 49, 274, 29 (analyse) ; 276, 4 (synthèse correspondante) ; 276, 7 (corollaire) ; 278, 21 (analyse) ; 278, 26 (synthèse correspondante).

98. J'ai déjà eu l'occasion d'aborder le sujet dans : « Notes […] sur le Livre II des *Coniques* […] (*Seconde partie*) », art. cité (n. 31), p. 368.

99. Il faut évidemment exclure le sacramentel λέγω « je dis », qui introduit le diorisme des théorèmes, ainsi que les deux formes métamathématiques δείξομεν « nous démontrerons » et ἐροῦμεν « nous dirons ». Cette dernière est très rare ; dans le *corpus* classique, elle ne se trouve que dans les *Coniques*, I, 37, 128, 8 (éd. D.-F. ; 110, 15 H.) ; I, 41, 146, 13 (éd. D.-F. ; 126, 26 H.) (où ἐροῦμεν répond à λεκτέον de 126, 15) ; IV, 28, 44, 25 ; IV, 55, 90, 14. On la retrouve chez les commentateurs ; Eutocius en a quatre occurrences dans son commentaire aux *Coniques*, (éd. Heiberg, p. 244, 1 ; 266, 22 ; 268, 7 et 10), et Proclus en a une dizaine d'occurrences dans son commentaire au Livre I des *Éléments*.

100. L'analyse de chacune des occurrences attestées ne permet pas forcément de ranger à coup sûr une forme quelconque dans l'une de ces deux classes. C'est par exemple le cas du Livre XII des *Éléments*, qui en contient beaucoup.

c'est-à-dire les occurrences suspectes ; (b) l'état d'un texte qui n'est pas encore parvenu à la rédaction canonique pour la publication.

Chez Euclide, on constate que ces formes sont quasiment absentes des Livres I-IV des *Éléments* [101], mais très fréquentes dans les Livres XII et XIII. Archimède en a peu, et deux au moins sont suspectes [102].

Voici le détail des occurrences chez Apollonius :

– I, 8, 38, 6 (éd. D.-F. ; 32, 16 H.) : Ἐὰν γὰρ τῇ δοθείσῃ ἴσην θῶμεν […] ἀγάγωμεν ; le passage tout entier est écrit dans un style non canonique, mais il est impossible de savoir s'il s'agit d'un état primitif, antérieur à Apollonius, d'un brouillon d'Apollonius lui-même ou d'une réécriture par un copiste qui, par exemple, aurait eu à sa disposition un manuscrit mutilé (je penche, sans pouvoir le prouver, pour une réécriture postérieure).

– II, 20, 228, 15 : ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΚΧ παράλληλον ἄγωμεν ; il s'agit d'un emploi isolé ; le manuscrit V a la leçon fautive ἀγομένην ; la leçon ἄγωμεν imprimée par Heiberg a été suggérée maladroitement par Halley, car elle n'est jamais attestée dans le *corpus* classique ; la forme attendue est le thème d'aoriste ἀγάγωμεν.

– II, 44, 264, 26 : Ἐὰν οὖν τάξωμεν τὰς ΒΔ, ΕΔ θέσει οὔσας παραλλήλους, κτλ. « Si donc nous plaçons [ou *ordonnons* (τάξωμεν)] en position (θέσει) les droites ΒΔ et EA, qui sont parallèles, *etc.* » Les droites en question sont des « ordonnées » ; la présence du datif θέσει suffit à montrer que la référence est aux *Data*. On a ici une variante, peut-être archaïque, du tour classique dans les *Coniques* : *Ἐὰν οὖν αἱ ΒΔ, ΕΔ ἀχθῶσι τεταγμένως « Si donc les droites ΒΔ et EA sont menées de manière ordonnée ». Les occurrences parallèles à celle-ci se trouvent dans II, 46, 266, 23 et II, 47, 270, 1.

– II, 50, 292, 11 et 18 : Ἐὰν δὴ ποιήσωμεν ὡς […] οὕτως (référence à *Élém.*, V, 8) ; et II 52, 310, 8 : Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς […] οὕτως (référence à *Élém.*, V, 10). Ces trois attestations de la forme ποιήσωμεν sont uniques dans tout le *corpus* classique ; elles sont donc un excellent marqueur pour les problèmes du Livre II. Quant à la forme impérative correspondante πεποιήσθω, qui s'emploie aussi pour introduire une proportion, elle est assez rare chez Euclide, puisqu'on n'en trouve que huit occurrences, toutes dans le Livre X ; en revanche, elle est assez

101. Sauf l'occurrence unique de III, 25, 129, 1 et les trois occurrences très suspectes de IV, 15, 177, 6 : IV, 16, 178, 1 ; IV, 16, 179, 1.

102. *Sphère et cyl.,* I, 40, 91, 12 ; *Spirales*, 18, 43, 2.

fréquente aussi bien chez Archimède [103] que chez Apollonius [104] ; je me perds en conjectures sur la distribution de cette forme.

Au total, les formes de première personne des verbes sont placées, dans six cas sur huit, dans les problèmes du Livre II, et les mettent ainsi à part.

Enfin, il faut signaler une expression unique dans l'ensemble des textes mathématiques grecs, en I, 54, 188, 8 (éd. D.-F. ; 168, 5 H.) : Εἰ μὲν οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΛ, τῷ Λ ἂν ἐχρησάμεθα, εἰ δὲ μή, κτλ. « Si EK est à ΚΛ comme AB est à ΒΓ, *nous opérerons* avec le point Λ, sinon, *etc.* » Le tour ἂν ἐχρησάμεθα n'est pas d'une langue mathématique canonique ; on aurait attendu, me semble-t-il, une expression comme εἰλήφθω τὸ Λ « que soit pris le point Λ ».

*

* *

TROISIÈME PARTIE : Les problèmes I, 52-60 et la distribution des verbes γράφειν « décrire » et εὑρεῖν « trouver »

L'étude qui va suivre n'est pas d'abord destinée à appuyer la thèse d'une origine préapollonienne des problèmes des Livres I-IV des *Coniques*, mais trouve sa raison d'être dans l'observation d'un fait très curieux : l'association dans un même *corpus* des deux verbes γράφειν « décrire » et εὑρεῖν « trouver ». Certes, cette particularité se retrouve sporadiquement ailleurs que chez Apollonius [105], mais nulle part à un même degré dans aucun autre *corpus* mathématique que le groupe des problèmes I, 52-60. J'étudierai d'abord les particularités d'emploi de γράφειν et εὑρεῖν chez Euclide et Archimède, ainsi que les verbes qui leur font concurrence ; on trouvera là d'utiles compléments aux notices consacrées à ces verbes dans le *Dictionnaire* de Mugler. Ensuite, dans le groupe de problèmes I, 52-60,

103. Quatorze occurrences, dont treize dans *Sphère et cyl.*

104. Sur πεποιήσθω, voir plus haut à la fin de la Première partie, et note 62.

105. C'est par exemple le cas chez Archimède, *Conoïdes et sphéroïdes*, 7, 171 (εὑρεῖν un cône dans la protase et dans le diorisme, γεγράφθω un cercle dans la construction) ; 8, 175 (εὑρεῖν un cône dans la protase et le diorisme, γεγράφθω un cercle ou une ellipse dans la construction). De même chez Pappus, *Collection*, VI, 592-594 (εὑρεῖν un lieu dans la protase et le diorisme, γεγράφθω un demi-cercle dans la construction).

je montrerai que ces deux verbes sont partiellement substituables l'un à l'autre, ce qui signifie, inversement, qu'ils ne sont pas partout en distribution parfaitement complémentaire.

I) Étude de γράφειν

A) *Euclide et ses prédécesseurs*

Au cours de l'histoire des mathématiques grecques, et en tant que verbe de construction [106], le verbe γράφειν « décrire » a connu un double mouvement de restriction puis d'élargissement de sens. Dans son *Dictionnaire*, Mugler a retracé succinctement l'évolution dans le sens de la spécialisation, qui s'est produite avant l'époque d'Euclide [107]. Platon l'emploie au sens de « tracer » une figure en général [108]. Aristote le prend encore en ce même sens ou l'applique à une figure autre que le cercle [109], mais on trouve déjà chez lui le sens technique de « décrire un cercle » [110]. Dans les ouvrages d'astronomie sphérique d'Autolycus, γράφειν s'applique au cercle, par la force des choses [111].

Chez Euclide, le partage entre les verbes de construction d'un objet géométrique est le suivant. Pour les droites ou les plans, on trouve ἄγειν « mener », ἐπιζευγνύναι « mener une droite de jonction », ou ἐκβάλλειν « prolonger » ; pour les figures rectilignes, on a συστήσασθαι [112] et ἀναγράφειν, qui servent tous deux à exprimer la construction d'une figure plane ou solide ; enfin, pour le cercle, on a uniquement γράφειν, qui ne s'emploie pas pour une autre figure. Les occurrences les plus fréquentes de γράφειν, chez Euclide comme dans toute la littérature mathématique grecque, sont des anaphores du postulat 3 du Livre I, c'est-à-dire la ritour-

106. Je ne parlerai pas de l'emploi métaphorique de γράφειν au sens de « traiter, raisonner », qui fait partie du vocabulaire général de la démonstration. Cet emploi, absent des *Coniques*, relève d'une autre étude.

107. Ch. MUGLER, *Dictionnaire,* art. γράφειν.

108. *Rép.*, VI, 510 d (« décrire » la diagonale d'un carré ; « décrire » des figures).

109. *Du ciel*, I, 9, 279 b 33 (« décrire » des figures). – Dans le traité aristotélicien *De la mémoire et de la réminiscence*, qui fait partie des *Petits traités d'histoire naturelle*, en 450 a 3, il est question de « décrire » un triangle.

110. *Du ciel*, I, 5, 272 a 13 ; *Météor.*, III, 3, 373 a 16 ; III, 5, 376 b 7 (dans la ritournelle classique de la construction du cercle ; mais, en b 12, pour le tracé du demi-cercle, Aristote emploie en variante le verbe περιάγειν). — Dans le *Traité de mécanique* pseudo-aristotélicien, qui est postérieur (III^e s. av. J.-C.), le verbe γράφειν est fréquent et réservé à la « description » du cercle.

111. De même chez un astronome comme Théodose de Tripoli (II^e-I^er siècle av. J.-C.), qui en présente un très grand nombre d'occurrences.

112. Infinitif aoriste moyen du verbe συνιστάναι « construire », qui ne s'emploie pas à l'actif.

nelle du type κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ « que, au moyen d'un centre A et d'un rayon AB, soit décrit un cercle ΒΓΔ » ; dans les *Éléments*, cet impératif γεγράφθω n'apparaît que dans les problèmes (23 occurrences au total), qu'il s'agisse de la construction d'un cercle ou d'un demi-cercle [113].

C'est chez Archimède et Apollonius que, à partir du sens restreint de « décrire un cercle », on trouve les emplois élargis de « décrire une spirale » ou « décrire une conique ». Les considérations qui vont suivre seront en partie consacrées à ces nouveaux développements, amenés par la création de nouvelles théories mathématiques.

B) *Archimède*

Pour Archimède, les relevés faits par Mugler à l'article γράφειν de son *Dictionnaire* demandent peu de compléments. Il y a naturellement les nombreuses occurrences où il s'agit de la description d'un cercle ou d'un demi-cercle. Plus intéressants sont les emplois où il est question de *points* qui décrivent une circonférence [114] ; puis les deux occurrences où il est question de la description d'une *surface* sphérique [115]; ensuite les très nombreuses occurrences où il s'agit de décrire une spirale, dans le traité du même nom. Enfin, pour ce qui nous occupe, il faut signaler les deux occurrences où le verbe est appliqué à une parabole [116], seules occurrences de ce type antérieures à celles qu'on trouve dans les *Coniques*. En somme, chez Archimède, on trouve un élargissement de l'emploi euclidien à des cas qui ne pouvaient se rencontrer dans les *Éléments*, ceux des spirales et des sections coniques ; comme dans le cas d'Apollonius, il est probable que cet élargissement aux sections coniques remonte à ses prédécesseurs.

C) *Apollonius*

Pour Apollonius, il faut d'abord corriger une erreur de Mugler qui, dans l'article γράφειν de son *Dictionnaire*. s'exprime en ces termes : « Pour les coniques, [...], Apollonius ne dit jamais γράφειν, mais εὑρεῖν, plus fidèle qu'Archimède à la tradition euclidienne qui réserve les termes ἄγειν et γράφειν aux lignes susceptibles d'être tracées à l'aide de la règle et du compas. » Voilà une construction ingénieuse mais purement imagi-

113. Dans les Livres X, XI et XIII, il ne s'agit que d'un demi-cercle.

114. *Sphère et cylindre*, I, 28, 68, 6 ; 39, 88, 20 ; 39, 88, 22.

115. *Corps flottants*, I, 3, 10, 6 ; I, 4, 12, 11.

116. *Méthode*, 14, 120, 6 (« que soit décrite une parabole ») ; *Corps flottants*, II, 10, 49, 15 (une parabole sera décrite) ; dans le contexte immédiat, le verbe « décrire » est en concurrence avec le verbe « prendre », qui introduit l'existence de la parabole ; « décrire » est employé au moment où il convient de signaler que la parabole passera par un point.

naire, qui repose sur un relevé incomplet des emplois chez Apollonius [117]. Dans le *corpus* grec d'Apollonius, on trouve trois emplois différents de γράφειν.

1) D'abord, très naturellement, comme chez Euclide et Archimède, plusieurs occurrences à propos d'un cercle (ou d'un segment de cercle) [118].

2) Ensuite, un emploi qu'on trouve déjà chez Archimède (à propos d'une surface sphérique), de description d'une surface qui n'est ni un cercle ni une section conique : ainsi, au début du Livre I, dans la définition I et dans les premières propositions, il est fait à plusieurs reprises mention de la génératrice, qui est désignée en grec dans les termes suivants : ἡ γράφουσα εὐθεῖα τὴν ἐπιφάνειαν « la droite qui décrit la surface », c'est-à-dire la droite qui engendre la nappe conique [119]. Je ne saurais me prononcer en toute certitude sur l'origine de cet emploi. On pourrait peut-être y voir une extension du tour qui désigne l'engendrement d'un cercle euclidien, c'est-à-dire à deux dimensions, mais ce n'est pas sûr [120]. En effet, chez Euclide, il existe une occurrence – unique – d'un tour parallèle (avec le verbe ἀναγράφειν, approprié à cet endroit) [121] : « les droites qui décrivent des carrés qui leur sont égaux », variante d'un tour qui serait celui-ci « les droites sur lesquelles sont décrits des carrés qui leur sont égaux » [122]. Si l'occurrence euclidienne est bien authentique – et je ne vois

117. L'expérience fait voir que, dans des recherches de ce genre, et pour de multiples raisons, on court toujours le risque de faire des relevés inexacts ou incomplets, malgré des vérifications croisées. C'est aussi ce qui m'est arrivé dans mes « Notes [...] sur le Livre II des *Coniques* [...] (*Première partie*) », art. cité (n. 64), dans une note au passage II, 4, 198, 27, qu'il faut entièrement remplacer par l'étude qu'on lit ici.

118. II, 47, 270, 2 et 14 ; II, 51, 300, 6 et 27. Et 4 occurrences dans le Livre III (46, 426, 12 ; 48, 430, 11 ; 49, 430, 26 ; 50, 434, 7), où l'on trouve l'expression « le cercle décrit passera par tels points » ; ce tour se rencontre 18 fois dans les *Éléments*, dans les Livres III, IV, XII, XIII ; pour des raisons qui vont de soi, il très fréquent dans les *Sphériques* de Théodose de Tripoli.

119. En voici le relevé complet : I, prem. déf., 6, 6 et 8 (éd. D.-F. ; 6, 7 et 10 H.) ; I, 1, 10, 1 (éds. D.-F. et H.) ; I, 2, 12, 2 (éd. D.-F. ; 10, 22 H.) ; I, 4, 16, 13 et 18, 2 (éd. D.-F. ; 14, 11 et 18 H.) Chez Sérénus d'Antinoë, *Section du cylindre*, Lettre-préface, éd. Heiberg, p. 4, l. 17 et 20, par imitation d'Apollonius (ou des sources d'Apollonius), on trouve une occurrence de l'expression « la droite qui décrit la surface cylindrique »

120. Dans le *Traité de mécanique* pseudo-aristotélicien, on trouve à diverses reprises (846 a 6, 848 b 10, 848 b 35, 849 a 15, 849 a 26) en substance l'expression ἡ γράφουσα τὸν κύκλον, mais il n'est pas possible de savoir si le cercle en question est euclidien ou une ligne.

121. X, *déf.* 4, 2, 4 : αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι.

122. Cette expression équivalente est signalée par B. VITRAC, *Euclide, Les Éléments*, *op. cit.* (n. 9), p. 37, n. 63.

pas de raisons d'en douter [123] –, l'emploi en question est ancien et sans doute préeuclidien.

3) Enfin, et c'est ce qui nous intéresse surtout ici, un certain nombre d'occurrences de ce verbe avec une section conique. Cela n'a rien d'étonnant, puisque le vocabulaire de base de la théorie des sections coniques est fondé sur celui du cercle. Ces emplois sont identiques aux deux occurrences qu'on trouve déjà chez Archimède [124]. En voici un relevé succinct :

a) *Le problème II, 4*

Il présente quatre occurrences de γράφειν : protase (198, 27, γράψαι, décrire la section de cône appelée hyperbole), diorisme (γράψαι, 200, 3), construction (γεγράφθω, 200, 10 = anaphore de I, 54 et 55), démonstration (τῆς γραφείσης ὑπερβολῆς, 200, 18). Dans cette proposition II, 4, les emplois de γράφειν montrent que son modèle linguistique est la proposition I, 55, qui est le deuxième cas de figure du problème général (« trouver une hyperbole ») traité dans les propositions I, 54 et 55 ; en effet, dans la proposition I, 55, évidemment dépourvue de protase, le diorisme présente γράψαι (190, 25 D.-F. ; 172, 4 H.) et la construction γεγράφθω (192, 11 D.-F. ; 172, 19 H. = anaphore de I, 54).

b) *Le groupe des problèmes I, 52-60*

À cet endroit, il y a au total quatorze occurrences, qui se trouvent dans les propositions I, 53, 56, 57, 58, 59, 60 [125]. Mais, fait curieux, ces occurrences ne se trouvent pas dans les protases (sauf dans celle de I, 60, probablement par mégarde [126]). En effet, il se trouve que ce verbe a un concurrent, le verbe εὑρεῖν, qui ne se trouve, dans les problèmes I, 52-60, que dans les protases.

---

123. Il existe un *locus* identique dans les *Problèmes* pseudo-aristotéliciens, XIX, 2, 917 b 25, où il est question d'une ligne qui « décrit » un carré (allusion au problème de la duplication du carré dans le *Ménon*).

124. V. *supra*, n. 115.

125. Voici le relevé complet des 14 occurrences : I, 53, 184, 15 D.-F. (164, 9 H.) ; I, 55, 190, 25 et 192, 11 D.-F. (172, 4 et 19 H.) ; I, 56, 194, 29 D.-F. (176, 8 H.) ; I , 57, 198, 25 et 200, 7 D.-F. (180, 18 et 182, 6 H.) ; I, 58, 184, 1 H.) ; I, 59, 204, 9, 11 et 16 D.-F. (186, 6, 9 et 15 H.) ; I, 60, 206, 1 D.-F. (186, 23 H.) ; 206, 6, 9 et 208, 4 D.-F. (188, 6, 11 et 21 H.).

126. Du moins dans le contexte de ces propositions, car la présence de l'infinitif γράψαι dans une protase n'a rien d'insolite, comme on voit déjà dans la proposition *Élém.*, III, 33 et, plus tard, à plusieurs reprises, chez Théodose de Tripoli et chez Pappus (*Collection*).

On voit que, si on se limite à ce groupe de problèmes, ces deux verbes sont, au moins partiellement, en distribution complémentaire. C'est cette distribution qui m'intéressera plus particulièrement.

Nous arrivons par là au verbe εὑρεῖν, dont il faut examiner l'emploi d'abord chez chez Euclide et Archimède.

II) Étude de εὑρεῖν

Le verbe εὑρεῖν n'est pas très fréquent dans la géométrie des Grecs. La raison en est fort simple : pour introduire l'existence d'un être géométrique, les mathématiciens disposaient d'un grand nombres de tournures concurrentes. D'abord des verbes comme les verbes « être », « donner », « prendre », « imaginer » ou encore « fournir » [127] ; ensuite, des verbes désignant des opérations, comme « mener », « construire » ou « placer » [128]. Il ne reste donc plus beaucoup de place pour « trouver ». Son emploi n'en est que plus intéressant. D'abord, on devine que la plupart des occurrences se trouvent dans des problèmes. Ensuite, son emploi n'est pas toujours motivé, par exemple dans les deuxième et troisième classes des emplois archimédiens (v. *infra*), où il est une variante de συστήσασθαι, et dans le groupe de problèmes *Con.*, I, 52-60 (v. *infra*, après le tableau des emplois), où il est une variante de γράφειν.

A) *Euclide*

Le verbe « trouver » est fréquent dans les protases et les diorismes des problèmes des Livres arithmétiques et du Livre X des *Éléments*. Dans tous ces cas, il est parfaitement à sa place, car on ne voit pas quel autre verbe aurait pu être employé [129].

Dans la géométrie des *Éléments*, on ne trouve le verbe que dans une seule proposition, en III, 1, 94, 14 (protase) et 94, 16 (diorisme) : Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν « Trouver le centre d'un cercle donné ». Il paraît clair qu'aucun autre verbe n'aurait convenu ici, même les verbes « prendre » ou « imaginer », qui ne s'emploient jamais dans une protase ou un diorisme.

---

127. Ce dernier verbe est fréquent dans les *Data* euclidiens, le plus souvent dans la locution de la forme générale δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον πορίσασθαι « il est possible de *fournir* une grandeur qui lui est égale ». V. *infra*, n. 136.

128. Le verbe θέσθαι « placer » se trouve surtout à l'impératif passif κείσθω dans les nombreuses anaphores de la protase d'*Élém.*, I, 2, qui s'énonce : Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι « En un point donné, placer une droite égale à une droite donnée ».

129. Il est naturellement très fréquent dans les *Arithmetica* de Diophante.

Mais j'ai voulu examiner, inversement, s'il était concevable de substituer parfois, dans les *Éléments*, le verbe εὑρεῖν au verbe συστήσασθαι « construire ». Le résultat de cette enquête limitée est le suivant. Dans les *Éléments*, il y a 16 problèmes dont la protase comporte la forme verbale συστήσασθαι [130]. Parmi ces 16 occurrences, je n'en ai trouvé que trois où, me semble-t-il, on pourrait procéder à cette substitution. Il s'agit des trois protases de II, 14, IV, 10 et VI, 25. Les deux occurrences les plus significatives sont respectivement II, 14, qui s'énonce : Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι « Construire un triangle égal à une figure rectiligne donnée », et VI, 25 : Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι « Construire une même figure semblable à une figure rectiligne donnée et égale à une autre figure donnée ». L'intérêt de ces deux occurrences comportant συστήσασθαι est qu'elles sont strictement parallèles à celles qu'on trouve dans la troisième classe des emplois de εὑρεῖν chez Archimède dont je parlerai *infra*. Les trois occurrences en question prouvent que, dans les *Éléments* non plus, les verbes εὑρεῖν et συστήσασθαι ne sont pas d'authentiques variantes contextuelles, puisque leurs classes d'emploi s'intersectent, au moins en puissance.

B) *Archimède*

Les emplois archimédiens ont ceci d'intéressant qu'ils se distribuent tous sans exception en trois classes distinctes.

1) *Première classe*

Les occurrences sont toutes dans *Sphère et cylindre* [131]. La première occurrence, qui sert de modèle, est le problème I, 2, où il est question de trouver deux droites inégales. Dans un cas de ce genre, on peut éliminer les autres concurrents de ce verbe : le verbe « construire » est impossible, car on ne construit jamais les droites ; pareillement pour le verbe « mener », car ce verbe a, dans les textes mathématiques grecs, des conditions d'emploi rigoureuses, qui font qu'il est toujours accompagné de déterminations qui ne sont pas celle de l'adjectif « inégal » [132].

---

130. I ,1 ; I, 22 ; I, 23 ; I, 42 ; I, 45 ; II, 14 ; IV, 10 ; VI, 25 ; XI, 22 ; XI, 23 ; XI, 26 ; XIII, 13 ; XIII, 14 ; XIII, 15 ; XIII, 16 ; XIII, 17.

131. Dans le Livre I : 3, 14, 13 ; 4, 16, 14 ; 33, 77, 8 (théo.) ; 44, 99, 3 (théo.).

132. On peut consulter à ce propos M. FEDERSPIEL, « Notes linguistiques et critiques sur le Livre III des *Coniques* d'Apollonius de Perge (*Première partie*) », *REG* 115 (2002), p. 110-148 (p. 137-138).

Dans le problème *SphC*, I, 2, le verbe est dans la protase, le diorisme et la conclusion. Dans les autres propositions, il est dans les constructions, évidemment sous la forme de l'impératif passif εὑρήσθωσαν, puisque ces occurrences sont des anaphores [133]. Plus précisement, si l'on excepte la première occurrence, en *SphC*, I, 2, les occurrences du verbe sont toutes des anaphores du verbe à l'infinitif de *SphC,* I, 2.

2) *Deuxième classe*

Les occurrences sont toutes dans *Conoïdes et sphéroïdes* [134]. Les emplois sont ceux qu'on a aussi dans Euclide, *Élém.*, III, dans les problèmes du Livre II des *Coniques* d'Apollonius, dans les *Sphériques* de Théodose de Tripoli, dans l'œuvre de Héron d'Alexandrie, chez Sérénus et chez Pappus [135].

3) *Troisième classe*

Il s'agit d'occurrences où il est question de « trouver » une figure égale (= équivalente) à une autre figure [136] ; cet emploi est une variante de

133. Par définition, quand il s'agit de verbes de construction, les impératifs passifs qu'on trouve dans les constructions ou les démonstrations sont tous des anaphores de quelque chose, soit d'un postulat, soit d'un problème antécédent, explicite ou sous-entendu.

134. *Conoïdes et sphéroïdes* : 7, 171, 16 (il est possible de trouver un cône [protase], repris dans diorisme) ; 8, 174, 14 (il est possible de trouver un cône, repris dans diorisme) ; 9, 177, 3 (trouver un cylindre, repris dans diorisme) ; 29, 201, 17 (il est possible de trouver un cylindre, anaphore de 9) ; 22, 208, 17 (*idem*) ; 26, 222, 22 (*idem* ; repris en 223, 2 par εὑρεθέντος) ; 26, 223, 5 (il est possible de trouver un cône, anaphore de 8 ; repris en 223, 8 par εὑρεθέντος); 28, 233, 10 (il est possible de trouver un cylindre, anaphore de 9 ; repris en 233, 12 par εὑρεθέντος ; 28, 233, 14 (il est possible de trouver un cône, anaphore de 8 ; repris en 233, 17 par εὑρεθέντος).

135. Dans le *corpus* d'Héron d'Alexandrie, sa fréquence, notamment sous la forme τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν « trouver la <mesure de la> surface », est si considérable qu'il serait oiseux de dresser la liste des occurrences. Théodose de Tripoli utilise εὑρεῖν dans deux protases différentes (trouver un centre, un pôle), et Sérénus quatre fois (trouver un cylindre, un cône, un triangle). Chez Pappus (*Collection*), il s'emploie au sens de trouver des nombres, un point, un segment de droite, une moyenne proportionnelle, des figures comme le parallélogramme, le cube, le triangle, le carré, un cercle, le diamètre, un angle, le cylindre, un polyèdre et même une parabole (VII, 1014, 14, dans la construction, donc εὑρήσθω ; c'est, avec une occurrence contenue dans les *Fragmenta* d'Euclide édités par Heiberg, 281, 9, la seule occurrence de cette forme verbale appliquée à une section de cône dans toute la mathématique grecque). Enfin, il ne faut pas oublier le *corpus* de Diophante, qui en présente plusieurs centaines d'occurrences.

136. *Sphère et cylindre*, II, lettre à Dosithée, 102, 1 ; II, 1, 102, 8 (repris dans la protase de la synthèse, en 103, 17) ; II, 5, 115, 8 : c'est l'occurrence la plus intéressante, car, dans la protase, on a le verbe συστήσασθαι « construire », repris dans le diorisme par le verbe εὑρεῖν, dont l'anaphore, au début de l'analyse, est la forme

συστήσασθαι « construire », comme on voit explicitement en *Sphère et cylindre*, II, 5. Mais cet emploi ne se trouve pas chez Apollonius, car le cas ne se présente jamais [137].

C) *Apollonius*

1) Dans les problèmes du Livre I, où il s'agit de trouver des sections de cône. Voyez *infra* le tableau.

2) Dans les problèmes du Livre II, où il s'agit de trouver des diamètres (44, 264, 23 et 266, 5), le centre d'une conique (protase de 45, 266, 9), un axe (46, 266, 14) ; 47, 268, 20, avec reprise par εὑρήσθω au début de l'analyse, au lieu du verbe classique γεγονέτω.

On voit que, dans cette deuxième classe, l'emploi du verbe εὑρεῖν s'impose, exactement comme dans l'emploi euclidien d'*Élém.*, III, 1 (« trouver un centre »).

C'est tout pour Apollonius. Au total, on a chez Apollonius des emplois parfaitement classiques, déjà chez Euclide ou Archimède ; mais, ce qui est plus intéressant, c'est la distribution de ces deux verbes dans le groupe des problèmes I, 52-60.

εὑρήσθω, elle-même variante de la forme classique γεγονέτω ; II, 6, 118, 13. *Spirales*, lettre à Dosithée, p. 9, liste des problèmes. *Quadrature parabole*, Lettre à Dosithée, 164, 9.

137. En revanche, dans les *Éléments*, le cas se présente très fréquemment : plusieurs dizaines de fois – ce qui ne fait pas autant de propositions ; les occurrences dont je parle *supra* à la n. 132 ne se confondent que partiellement avec celles-ci. À chaque occurrence, c'est le verbe συστήσασθαι qui est employé. Il apparaît sous deux formes. D'abord l'infinitif συστήσασθαι dans les protases et les diorismes ; ensuite, dans les constructions, l'impératif συνεστάτω, principalement dans les anaphores de la protase d'*Élém.*, I, 23, qui s'énonce : Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι « Contre une droite donnée et en un point placé contre elle, construire un angle rectiligne égal à un angle rectiligne donné ». Dans les *Data*, où les cas sont aussi assez nombreux, c'est le verbe πορίζειν « procurer » (sous la forme moyenne πορίσασθαι), absent des *Éléments*, qui est employé, dans des formules du type δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον πορίσασθαι « il est possible de se procurer une grandeur qui lui est égale » ; Mugler a oublié de relever dans son *Dictionnaire* les emplois de ce verbe dans les *Data*. — Les rarissimes occurrences de ce dernier verbe chez Apollonius n'ont rien à voir avec cet emploi.

III) Distribution de εὑρεῖν et de γράφειν dans les problèmes I, 52-60

	protase	*diorisme*	*construction*
I, 52 parabole	εὑρεῖν	εὑρεῖν	
I, 53 parabole	pas de protase	pas de diorisme	γεγράφθω anaphore de I, 52
I, 54 hyperbole	εὑρεῖν	εὑρεῖν	
I, 55 hyperbole	pas de protase	γράψαι	γεγράφθω anaphore de I, 54
I, 56 ellipse	εὑρεῖν	γράψαι	
I, 57 ellipse	pas de protase	γράψαι	γεγράφθω anaphore de I, 56
I, 58 ellipse	pas de protase	pas de diorisme	γεγράφθω anaphore de I, 56 et 57
I, 59 opposées	εὑρεῖν	γράψαι	γεγράφθω (*bis*) anaphores de I, 55
I, 60 opposées conjuguées	γράψαι	γράψαι	γεγράφθωσαν (*bis*) anaphores de I, 59

La distribution des occurrences offre certaines régularités, qui s'étudient selon chacune des deux directions du tableau. Dans les constructions, on ne trouve que γεγράφθω. Dans les protases, si l'on excepte la proposition I, 60, qui est anomale selon l'axe vertical, du moins dans le contexte de ces problèmes [138], on ne trouve que εὑρεῖν. En revanche, les diorismes sont irréguliers, puisqu'on attendrait partout εὑρεῖν, qui est très peu représenté. Au sein de ce groupe de problèmes, les verbes εὑρεῖν et γράφειν ne sont donc pas des variantes rigoureusement contextuelles.

Pour ce qui est des substitutions admissibles, on voit qu'elles sont partiellement réalisées dans les protases et surtout dans les diorismes, c'est-à-dire selon l'axe vertical du tableau. Dans les constructions, la généralisation de l'impératif γεγράφθω ne surprend pas, mais on aurait pu avoir

138. Je veux dire que γράψαι n'est pas insolite dans une protase, comme je le disais déjà *supra*, n. 125. Dès lors, c'est toute la proposition I, 60 qui est régulière selon l'axe horizontal, avec γράφειν partout.

εὑρήσθω, comme chez Pappus (*Collection*, VII, 1014, v. *supra* n. 136). Il faut cependant distinguer différents cas : dans I, 53 et 55, γεγράφθω est une anaphore de εὑρεῖν dans la protase et le diorisme respectivement de I, 52 et 154, ce qui veut dire que, à ces endroits, la substitution est totale selon l'axe horizontal ; dans les autres propositions, elle n'est que partielle, puisque, si la protase a εὑρεῖν, le verbe γράφειν l'a déjà remplacé dans le diorisme.

Enfin, pour l'examen des substitutions, il ne faut pas se contenter du tableau, mais situer les emplois présentés par ce groupe de propositions au sein de la mathématique grecque, c'est-à-dire utiliser l'examen des occurrences dans le reste du *corpus* classique, Euclide et Archimède [139], qu'on complétera par les n. 107 et 137 où je mentionne quelques auteurs postérieurs. Cet examen montre que ces deux verbes sont substituables partout, mais que, exactement comme ici, εὑρεῖν domine dans les protases et γράφειν dans les démonstrations.

*

* *

VLTIMA VERBA

Un seul trait linguistique est commun aux trois groupes, le tour ancien ἡ πρὸς τῷ A γωνία « l'angle appliqué au point A », et un seul autre est commun aux deux groupes principaux I, 52-60 et II, 44-53, les formes γινέσθω / γενέσθω. Naturellement, cela ne préjuge pas de l'état des sources directes d'Apollonius, sur lesquelles nous ne savons rien. Tout ce que les données linguistiques permettent d'affirmer, c'est que les problèmes du Livre I tout au moins sont probablement issus de la main de mathématiciens dont la langue est plus proche de celle d'Archimède que de celle d'Euclide. J'ajouterai ceci : la langue et le style des problèmes du Livre I sont d'excellente facture [140] ; si l'on excepte l'expression insolite ἂν ἐχρησάμεθα de I, 54 [141], aucun des traits que j'ai relevés ne donne l'impression d'une langue négligée. Ce n'est pas le cas pour la langue du

139. Ce que j'ai fait dans les pages précédentes.

140. On pourrait penser que c'est justement parce que la rédaction des problèmes du Livre I est très correcte qu'Apollonius ne s'est pas astreint à la reprendre à fond. Mais l'explication ne vaut pas pour les problèmes du Livre II.

141. V. *supra*, à la fin de la Deuxième partie.

groupe II, 44-53, qui est beaucoup plus cursive et mécanique, surtout dans les propositions qui regroupent un grand nombre de cas de figure ; la cause en est certainement la matière traitée, avec sa succession répétitive de courtes analyses et synthèses, qui entraîne un appauvrissement du vocabulaire et du style.

Il est temps de faire le bilan de ces recherches. Le relevé que j'ai établi des phénomènes linguistiques spécifiques montre d'abord que les problèmes doivent être rangés à part des théorèmes. Certes, cela avait déjà été soupçonné pour les problèmes du Livre II, mais on devra dire la même chose pour ceux du Livre I, et à plus juste titre encore. On peut aussi former l'hypothèse raisonnable que ces deux groupes sont originellement de deux mains différentes, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas été composés par un même mathématicien ou un même atelier mathématique. — Ensuite, les retouches linguistiques qui ont accompagné l'insertion des problèmes dans le corps de l'ouvrage ont été sommaires ; l'auteur de cette insertion, qui a des chances d'être Apollonius, s'est sans doute contenté de corriger les anomalies les plus voyantes, comme le nom ancien des trois coniques, et a laissé subsister les autres particularités linguistiques, qui étaient dépourvues d'intérêt mathématique. — Enfin, si l'état lacunaire de nos sources ne permet pas de rapporter ces problèmes à un auteur précis, il me semble que le bénéfice direct de cette étude ne saurait être pourtant sous-estimé. En effet, quels que soient les avatars que les *Coniques* ont connus entre leur rédaction par Apollonius et l'édition commentée d'Eutocius, les problèmes des Livres I-II forment un *corpus* nettement identifiable et bien conservé, dont on peut être sûr, non seulement qu'il n'est pas d'Apollonius, mais surtout qu'il est antérieur à Apollonius. Il s'ajoute aux autres ouvrages classiques pour témoigner de la diversité des styles linguistiques mathématiques aux IVᵉ et IIIᵉ siècles av. J.-C. Ce serait une grave erreur de croire que, parce que les *Éléments* d'Euclide ont fait disparaître les *Éléments* antérieurs, la langue euclidienne s'est imposée d'emblée aux contemporains et aux successeurs d'Euclide. L'état de conservation de ce *corpus* de problèmes invite à la prudence dans les recherches sur l'histoire du texte des *Coniques* dans l'Antiquité.

Michel FEDERSPIEL
Centre de recherches sur les Littératures et la Sociopoétique (CELIS)
Axe : Littératures et Représentations de l'Antiquité et du Moyen Âge
Université Blaise-Pascal
Clermont-Ferrand