

## SUR QUELQUES EFFETS DU « PRINCIPE D'ABRÉVIATION » CHEZ EUCLIDE

*Résumé.* — (1) Sur le « principe d'abréviation » dans les mathématiques grecques. (2) Structure, signification et traduction de trois énoncés des *Éléments* : V, déf. 5, V, 4 et V, 15. (3) Conclusion sur la rédaction du Livre V.

On ne s'avise pas assez que les ouvrages mathématiques peuvent être lus sans dommage apparent dans des traductions fausses : toute la question est de savoir sur quoi porte l'erreur. Cette curieuse propriété des textes mathématiques prouve qu'ils sont à l'exact opposé des textes poétiques, même si les textes mathématiques grecs comportent des traits indéniablement poétiques, comme leur caractère formulaire ou leur obscurité linguistique. Les ouvrages scientifiques et techniques, les ouvrages mathématiques au premier chef, sont caractérisés par ce que l'on pourrait appeler une « schizosémie » de principe, c'est-à-dire une dissociation entre deux registres de signification des énoncés<sup>1</sup>, poussée à un degré inimaginable en poésie.

Les traductions modernes des énoncés étudiés ici sont peu satisfaisantes à divers égards<sup>2</sup>. La protase de V, 15, qui est un chef-d'œuvre d'élégance

---

1. Dans cet article, j'emploie le mot « énoncé » dans son sens linguistique banal. Je réserve le mot « protase » des Grecs pour désigner la partie, en tant que telle, de la proposition mathématique qu'on appelle l'énoncé.

2. En dehors des éditions classiques des grands mathématiciens grecs par Heiberg (je cite par Livre, proposition, page et ligne), j'ai consulté les ouvrages que voici :

D'abord Ch. MUGLER, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*, Paris, 1959. Puis les traductions ou études suivantes : F. PEYRARD, *Les œuvres d'Euclide*, Paris, 1819, rééd. A. Blanchard, Paris, 1966 ; M. SIMON, *Euclid und die sechs planimetrischen Bücher*, Leipzig, 1901 ; Th. L. HEATH, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, II, Cambridge, 1908, rééd. Dover, New York, 1956 ; E. J. DIJKSTERHUIS, *De Elementa van Euclides*, II, Groningen, 1930 ; F. ENRIQUES, *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, II, Bologna, 1930 ; C. THAER, *Euklid. Die Elemente*, Leipzig, 1933, 6<sup>e</sup> éd., Darmstadt, 1975 ; A. FRAJESE et L. MACCIONI, *Gli Elementi di Euclide*, Torino, 1970 ; B. VITRAC, *Euclide. Les Éléments*, II, Paris, 1994 ; M. L. PUERTAS CASTAÑOS, *Euclides. Elementos*, II, Madrid, 1994 ; B. ARTMANN, *Euclid. The Creation of Mathematics*, Springer Verlag, New York, 1999 (2<sup>e</sup> éd. corrigée 2001).

et d'obscurité, n'a même jamais été comprise ; elle est par là la plus belle illustration de ma remarque liminaire.

Le caractère élémentaire du contenu mathématique de certains énoncés grecs pour le lecteur d'aujourd'hui n'entraîne pas que leur langue soit facile à comprendre ni à traduire. Les raisons en sont variées. Il y a d'abord la différence ordinaire entre les systèmes grammaticaux de la langue-source et de la langue-cible. Il y a aussi des bévues d'une antiquité vénérable sur le sens des mots, dont certaines remontent aux premiers traducteurs latins ou se sont constituées au fil des âges, et que les Modernes reprennent pieusement<sup>3</sup>. Enfin, dans le cas des trois énoncés qui m'intéressent aujourd'hui, les erreurs ou maladresses résultent d'un phénomène à la fois bien connu et pourtant jamais exploré dans toute son ampleur : la langue mathématique grecque est une langue sténographique, gouvernée par ce que j'ai appelé ailleurs « le principe d'abréviation »<sup>4</sup>. Je pense que c'est l'emploi impénitent de ce principe qui est la difficulté majeure de la compréhension et de la traduction de ces textes.

Après des considérations sur le principe d'abréviation et ses différentes formes dans les mathématiques grecques, j'appliquerai les résultats obtenus à l'étude de trois cas pris dans les *Éléments* : la définition V, 5 et les protases de V, 4 et V, 15<sup>5</sup>.

## Première partie

### Le principe d'abréviation

#### A. Origine et formes

Les abrègements que l'on rencontre dans les textes mathématiques sont de deux sortes : les abrègements de syntagmes et les abrègements d'énoncés. J'appelle *abrègements de syntagmes* des expressions désignant le plus souvent certains objets mathématiques et qui reviennent

3. Le cas le plus étonnant est celui du verbe δύνασθαι et du substantif associé δύναμις, que l'on s'obstine à comprendre et à traduire par « pouvoir » et « puissance », au lieu de « valoir » et « valeur », comme c'est pourtant le cas dans tous les textes techniques. Je reviendrai plus tard là-dessus. — Le *Dictionnaire des mathématiques latines* que va publier M. J.-Y. Guillaumin sera de la plus grande utilité pour les lecteurs des mathématiques grecques.

4. « Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (Première partie) », *Revue des Études Grecques* 112 (1999), p. 409-443 (p. 441).

5. Cet article est fait aussi bien pour les mathématiciens que pour les linguistes. Ceux-ci trouveront qu'il n'y a pas assez de linguistique ; ceux-là, qu'il y en a trop. J'ai tenté une voie moyenne. Les linguistes pourront récrire et approfondir mes développements dans la langue qui est la leur.

constamment : par exemple l'expression du point, de la droite, du carré, du rectangle, de l'« ordonnée », etc. ; ils sont beaucoup plus fréquents dans le corps de la proposition que dans les protases. Les *abrègements d'énoncés* sont des raccourcis d'expression qui ne désignent pas des objets mathématiques ; on les trouve plus souvent dans les protases que dans le corps de la proposition.

Comme les abrègements qui m'intéressent ici sont les abrègements d'énoncés, je ne parlerai des abrègements de syntagmes qu'à l'occasion. Il faut cependant dire que la plupart de ces derniers abrègements sont repérés et connus depuis longtemps. Le *Dictionnaire* de Mugler donne les plus courants à propos des différents lemmes, ainsi que la forme longue correspondante, que cette dernière soit attestée par ailleurs ou qu'elle soit simplement reconstruite. On peut considérer le présent article comme le repérage et l'étude de quelques occurrences d'un autre type d'abrègements, les abrègements d'énoncés, qui n'ont jamais été pris comme thème d'étude.

Les abrègements de syntagmes ou d'énoncés ne sont pas inconnus du grec non mathématique. Exemples d'abrègements de syntagmes : οἱ ἐνθάδε « les gens d'ici », οἱ πάλαι « les anciens », οἱ περὶ Πλάτωνα « les disciples de Platon »<sup>6</sup>, ὁ πᾶνυ « le célèbre », κατὰ τὴν ἐμήν « à mon avis » (il faut sous-entendre γνώμην). Les abrègements d'énoncés sont de différentes sortes :

a) Des brachylogies que l'on rencontre aussi en français, mais plutôt dans la langue non surveillée (les Grecs n'avaient pas les mêmes soucis de rigueur d'expression que nous). En voici un exemple non mathématique, tiré de l'*Anabase* de Xénophon (II, 3, 15) : ἡ δὲ ὄψις ἠλέκτρου οὐδὲν διέφερεν, « son aspect ne différait en rien de <celui de> l'ambre »<sup>7</sup> ; autre exemple du même genre, pris dans le commentaire d'Eutocius aux *Coniques* d'Apollonius (éd. Heiberg, II, 222, 24) : Φανερός δέ ἐστιν ὁ σκοπὸς συνεχῆς ὦν τοῖς πρὸ αὐτοῦ τρισίν, « Son but est clair, parce qu'il est voisin <de celui> des trois propositions précédentes »<sup>8</sup>.

---

6. Ces exemples peuvent aussi se ranger dans la catégorie de la nominalisation, c'est-à-dire de la transformation d'un adverbe ou d'un syntagme prépositionnel en un substantif au moyen de l'article. Mais j'ai envisagé la chose sous l'angle qui m'intéresse ici.

7. Exemple donné dans la *Syntaxe* de Bizos, à la fin de la section sur les démonstratifs.

8. Ces raccourcis stylistiques se rencontrent surtout dans les expressions comparatives ; cf. la *Stylistique grecque* de CARRIÈRE, Paris, Klincksieck, p. 30 et s. de l'édition de 1960.

b) Des raccourcis où sont sous-entendus des mots que le contexte permet de suppléer assez facilement, par exemple : τὰς γυναικας ἐκλέξας παραδώσεις καθ' ὅσον οἶόν τε ὁμοφυεῖς, « tu feras ton choix parmi les femmes en t'arrangeant pour remettre entre les mains des hommes des femmes aussi semblables à eux qu'il est possible »<sup>9</sup>; dans cet exemple, il faut bien entendu suppléer ἔστιν après la particule τε ; mais surtout le sens demande que l'on sous-entende un infinitif complément du syntagme οἶόν τε ἔστιν, par exemple ποιεῖν ou même le simple εἶναι.

c) Dans le dialogue, ces raccourcis qu'on appelle des réponses brèves, qu'on trouve certes dans toutes les langues, mais plus systématiquement en grec<sup>10</sup> :

Τί ἄν ἔτι μοι ταῦτα ποιοῦντι μέμφοιο ;  
Οὐδὲν ἄν δικάϊως γε, ὦ Σώκρατες (Xénophon)<sup>11</sup>.

Quel reproche pourrais-tu encore me faire pour ma conduite ? — Aucun reproche valable, Socrate.

Οὐδὲν est complément du verbe sous-entendu et l'adverbe δικάϊως détermine ce même verbe.

L'existence en grec ordinaire de différents types d'abrègements a certainement contribué à la formation des abrègements de la langue mathématique, qui composent la classe abrégative par excellence du grec. Des recherches systématiques dans le grec non mathématique, menées par des spécialistes de linguistique, apporteraient sans aucun doute des lumières très désirables sur le sujet.

Mais il y a encore une autre raison qui a contribué au développement des abrègements d'énoncés<sup>12</sup>. J'ai relevé ailleurs<sup>13</sup> un trait de la langue grecque auquel les mathématiciens, en Grecs qu'ils étaient, se sont tout naturellement pliés<sup>14</sup> : l'imprécision et l'ambiguïté. Il peut paraître curieux

9. Exemple donné dans CARRIÈRE, *op. cit.*, p. 162 de l'édition de 1960.

10. Davantage encore en hongrois, où une réponse peut se réduire à un seul préverbe qui résumera tout un énoncé comportant notamment un verbe pourvu de ce même préverbe.

11. *Économique*, II, 15, trad. P. CHANTRAINE, C.U.F., Paris, 1949.

12. Je ne parle pas ici des avantages de tous ordres qui résultent de l'application du principe d'abréviation : allègement du texte, concision, élégance, économie de papyrus, etc. Notamment, dans le cas qui nous occupe, les abrègements ont donné une élégance certaine aux énoncés, mais au prix de l'obscurité.

13. « Notes linguistiques et critiques sur le Livre III des *Coniques* d'Apollonius de Perge (Première partie) », *Revue des Études Grecques* 115 (2002), p. 110-148 (p. 116-117 et n. 8).

14. C'est par un raccourci dangereux que je parle de la « langue grecque ». En réalité, l'imprécision et l'ambiguïté sont le fait des locuteurs grecs, et pas du système de la langue, qui est aussi précis qu'on peut le souhaiter.

de rencontrer à chaque pas ces deux traits dans des ouvrages qui passent, parmi les productions de l'Antiquité, pour des chefs-d'œuvre de rigueur langagière. C'est pourtant ainsi, et l'on gagnera beaucoup à s'en persuader. Car il faut distinguer les mots et l'élocution : les mots et les notions qu'ils expriment sont définis, mais ils sont pris dans le filet d'une diction parfois extrêmement floue.

En voici un exemple simple tiré de la langue non mathématique et qui revient à l'identique dans nos textes :

Λαβόμενος δ' αὐτοῦ Ἀμφίλοχον ἔφασκεν αὐτὸ καταλιπεῖν καὶ δημόσιον γίνεσθαι (Isocrate)<sup>15</sup>.

Il se saisit de lui et déclara qu'Amphiloque avait laissé cet argent et qu'il [= l'argent] appartenait à l'État.

Le verbe principal ἔφασκεν régit deux verbes compléments à l'infinitif et liés par καί, donc sur le même plan syntaxique, mais le premier a pour sujet réel un certain Amphiloque, le deuxième, le pronom αὐτό sous-entendu, complément d'objet exprimé du premier. Comme Isocrate est un styliste consommé, il est impensable qu'en changeant de sujet au sein d'une structure syntaxique homogène, il ait pu commettre une maladresse. On est effectivement en présence d'un énoncé parfaitement acceptable par tous les hellénistes.

On retrouvera ce même procédé chez Apollonius dans une tournure strictement superposable à celle d'Isocrate. À diverses reprises, au moins dans le Livre I des *Coniques*, on rencontre dans la démonstration un certain type d'énoncé dont je donne la première occurrence, en I 4, 14, 17 :

Ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια [...] καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ παραλλήλῳ τῷ ΒΓ κύκλῳ, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴν τὴν ΔΕ γραμμὴν.

Soit une surface conique [...] et qu'elle soit coupée par un plan parallèle au cercle ΒΓ, et que ce plan détermine dans la surface une section qui est la ligne ΔΕ.

On voit que l'auteur lie par καί, c'est-à-dire met sur le même plan syntaxique les deux impératifs τετμήσθω et ποιείτω, mais change de sujet sans crier gare.

Dans l'article cité en note, le prétexte que je prenais pour signaler ce phénomène était celui des protases des propositions *Coniques*, III 2, III 4 et III 11 d'Apollonius. Je relevais l'imprécision et l'ambiguïté des périphrases destinées à situer des polygones (quadrilatère et triangle) dans l'espace

15. *Contre Callimaque*, éd. de la C.U.F., I, 5, p. 20.

géométrique, au point que ces périphrases pouvaient s'appliquer à d'autres polygones que ceux qui conviennent.

Je suis persuadé que l'imprécision et l'ambiguïté de l'élocution grecque en général sont le facteur principal qui a favorisé la création et le développement des abrègements d'énoncés dans les mathématiques grecques. En effet, les énoncés abrégés (je reviendrai là-dessus un peu plus loin, dans la section C) sont imprécis et ambigus en ce qu'ils sont dépourvus de sens mathématique. Il va de soi que, si les abrègements avaient réellement répugné au génie de la langue grecque, les mathématiciens n'y auraient même pas songé.

### B. *Forme longue et forme brève*

J'appelle *forme brève* la forme attestée, résultat de l'abréviation, qu'il s'agisse des abrègements de syntagme ou des abrègements d'énoncés. J'appelle *forme longue* la forme comportant les mots excisés dans la forme brève ; comme la restitution des mots excisés se fait à partir de formes longues existantes, la forme longue peut coexister dans une même œuvre avec la forme brève.

Dans le cas des abrègements de *syntagmes*, la forme longue est presque toujours<sup>16</sup> donnée explicitement, généralement au début de l'œuvre et souvent à plusieurs reprises<sup>17</sup>. Dans le cas des *énoncés*, les abrègements se trouvent dans ce que l'on peut appeler des énoncés formulaires, c'est-à-dire qui reviennent plusieurs fois sur un certain modèle. Dans ce cas, c'est la comparaison des diverses expressions linguistiques des occurrences qui permet la restitution des formes longues.

Je prends à dessein l'exemple très fréquent des énoncés comportant deux termes ou deux groupes de termes formant un couple linguistique et déterminés par les adjectifs ὅλος « entier », λοιπός « restant », et ἀφαρθεῖς « retranché »<sup>18</sup>. (Incidentement, pour la position de ces adjectifs, le grec mathématique a adopté la règle suivante : dans le cas où le substantif est remplacé par des lettres désignatrices ou déterminé par une expression prépositionnelle comportant des lettres<sup>19</sup>, l'adjectif est en

16. Dans le *Dictionnaire* de Mugler, on trouve des formes longues restituées par conjecture vraisemblable.

17. Cf. mon article « Sur l'opposition *défini/indéfini* dans la langue des mathématiques grecques », *LEC* 63 (1995), p. 249-293, surtout p. 281 et s. Les abrègements dont je parle dans cet article sont uniquement des abrègements de syntagmes.

18. Il faut rapprocher ces adjectifs du groupe des adjectifs μέσος, ἔσχατος et ἄκρος dans la langue ordinaire, dont la position varie elle aussi en fonction de règles très précises.

19. Comme par exemple dans *Élém.*, I, 5, 13, 12 : ὅλη ἢ ὑπὸ ABH γωνία.

position prédicative<sup>20</sup> ; autrement, il est en position épithétique.) — Voici d'abord un exemple de forme longue, en *Élé.*, I 5, 13, 2 :

Καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ AZ ὅλη τῆ AH ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ AB τῆ AG ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ BZ λοιπῆ τῆ GH ἐστὶν ἴση.

Puisque la droite AZ entière est égale à la droite AH entière et que la droite AB, partie de AZ, est égale à la droite AG, partie de AH, alors la droite restante BZ est égale à la droite restante GH<sup>21</sup>.

Nous sommes au début des *Éléments*. Les rédacteurs de cette proposition ont mis un soin jaloux à transcrire leurs ritournelles sous la forme longue, aussi bien pour l'adjectif ὅλος que pour l'adjectif λοιπός. Mais, dès *Élé.*, II 11, 87, 23, le deuxième λοιπός est omis :

Λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ.

Le rectangle restant compris par ΓΖ et ΖΑ est donc égal au carré sur ΑΒ.

J'ai respecté la rédaction du grec, c'est-à-dire que j'ai traduit la forme brève transmise. La forme longue aurait été \*λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ « au carré *restant* sur ΑΒ ». À partir de cet endroit, le pli est pris, et l'on voit se développer les formes brèves.

### C. La notion de grammaticalité

L'élocution grecque en général, dans ses passages les plus imprécis et ambigus, n'offre jamais rien qui heurte le sentiment de la langue, dans la syntaxe comme dans le style. Il en va exactement de même pour les abrègements, et c'est sans doute ce qui explique aussi le goût des mathématiciens pour les énoncés de forme brève. En effet, les abrègements qu'on trouve dans les textes mathématiques ne se font pas au petit bonheur, par simple excision de mots pris au hasard. On passe d'une certaine structure syntaxique à une autre structure syntaxique tout aussi acceptable que la première. En d'autres termes, ces formations ne sont pas agrammaticales, c'est-à-dire qu'elles ne contreviennent pas aux lois de la formation de la phrase grecque.

20. Et, parmi les deux positions prédicatives possibles, *avant* l'article (ou avant le substantif, lorsque celui-ci ne comporte pas d'article, ce qui est le cas des mots βάσις et γωνία) et non *après* le substantif. Les rares exceptions à la neutralisation sont évidemment des coquilles, ainsi en *Élé.*, I, 26, 37, 15, où la tradition manuscrite donne par erreur à la fois un article et la position épithétique : τῆ λοιπῆ γωνία τῆ ὑπὸ ΕΔΖ (au lieu de la forme attendue λοιπῆ γωνία τῆ ὑπὸ ΕΔΖ).

21. Ma traduction peut donner l'impression d'ajouter des choses à la stricte littéralité du grec. Il n'en est rien. Les moyens d'expression des deux langues sont différents, ce qui fait que je n'ai aucune raison de mettre le mot « partie » entre crochets.

Mais « être grammatical » n'est pas synonyme d'« avoir un sens ». Certes, dans la mesure où un énoncé respecte les règles de la syntaxe, on peut toujours dire qu'il a une sorte de sens. Mais la question est de savoir de quel sens il s'agit.

Pour éclairer la question, il est sans doute instructif de reprendre le fameux énoncé de Chomsky, qui fait depuis belle lurette les délices des amateurs de linguistique : *Colorless green ideas sleep furiously*<sup>22</sup>. D'aucuns préféreront peut-être se remettre en mémoire les mauvais traitements que Queneau faisait subir aux poèmes de Mallarmé dans les premiers temps de l'Oulipo, par exemple : « Le cancanant gravier des coqs qui n'ont pas fui. » La phrase de Chomsky ou le vers du pseudo-Mallarmé sont des énoncés à la fois grammaticaux et dépourvus de sens. Pas de n'importe quel sens : ils ont un sens qui leur vient de leur grammaticalité ; mais ce sens est d'un caractère tel qu'il y a peu de chances pour que des énoncés de ce genre soient produits autrement que dans des conditions exceptionnelles<sup>23</sup>.

Dans le cas particulier des énoncés mathématiques de forme brève dont je parle ici, et notamment de V, *déf.* 5 et des protases de V, 4 et de V, 15, leur grammaticalité permet de leur conférer un sens, mais, j'insiste là-dessus, pas un sens mathématique<sup>24</sup>.

On devra donc se garder de confondre le signifiant et le signifié, la langue et le contenu mathématique. La langue mathématique grecque n'est pas véritablement une langue naturelle, même si tous les traits qu'elle présente se retrouvent dans la langue non mathématique ; elle obéit à des règles bien connues des mathématiciens grecs, qui savaient forcément chaque fois à quelle forme longue il fallait se référer<sup>25</sup>.

Par conséquent, pour trouver le sens, on doit à chaque instant restituer au bon endroit la chaîne de mots manquante pour arriver à la forme longue,

22. N. CHOMSKY, *Syntactic Structures*, La Haye, 1957, p. 15 ; trad. française, M. BRAUDEAU, *Structures syntaxiques*, Paris, 1969, p. 17.

23. Dans le cas du vers de Queneau pastichant Mallarmé, les chances pour qu'un tel vers soit produit sont probablement encore plus faibles que celles de l'apparition d'un vers de Mallarmé lui-même, ce qui n'est pas peu dire.

24. En dehors du « sens grammatical », le seul sens qu'on puisse assigner à ce type d'énoncés est celui qui leur vient du rapport qu'ils entretiennent implicitement avec la forme longue sous-entendue, exactement comme les vers fabriqués par Queneau à partir des vers de Mallarmé.

25. Si j'ai écrit cet article, tout comme celui sur *Défini*, etc., c'est tout simplement parce que la tradition grecque s'est perdue au fil des siècles, et parfois même dès l'Antiquité, comme dans le cas de la définition euclidienne de la droite (*Élém.*, I, *déf.* 4) ou de celui des mots δὐναμις et δὐνασθαί. Il est évident qu'à l'époque de la création de ces concepts, il y avait une circulation d'idées qui faisait que les mathématiciens se comprenaient entre eux. Je reviendrai là-dessus dans ma conclusion.



qui seule porte le sens mathématique. Lorsque le mathématicien moderne se fait interprète, et que, par exemple, il transcrit, pour les raisons qui l'intéressent, le texte grec dans l'écriture symbolique de son choix, il doit *obligatoirement opérer sur la forme longue*.

Mais ce qui trouble la perception de ces phénomènes et qui est probablement la raison pour laquelle le problème n'a jamais été thématiqué jusqu'à présent, c'est que la forme longue, qu'il s'agisse d'un syntagme ou d'un énoncé, est parfois très facile à restituer. D'où cette impression que la forme brève attestée a par elle-même un sens immédiat : nous ne sommes plus capables de voir qu'elle est en réalité dépourvue de sens mathématique.

En voici un exemple tiré des propositions, *Élém.*, VI, 23 et VIII, 5, superposable à l'exemple non mathématique que je tirais plus haut de l'*Anabase* ou du commentaire d'Eutocius aux *Coniques*. Je donne l'occurrence de VI, 23 :

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Les parallélogrammes équiangles ont entre eux un rapport composé des côtés.

Tout le monde voit bien que, pris à la lettre, cet énoncé est dépourvu de sens. Cela ne l'empêche pas d'être clair pour l'amateur de mathématiques, qui devine qu'il faut suppléer, ici et dans toutes les anaphores (= reprises) de cet énoncé, chez Euclide et chez ses successeurs, le mot *λόγων*. Après la traduction de la forme brève transmise, on peut s'essayer à traduire la forme longue restituée :

Les parallélogrammes équiangles ont entre eux un rapport composé <des rapports> des côtés

ou

... un rapport composé <de ceux> des côtés.

## D. Deux autres exemples d'énoncés abrégés

### 1. Apollonius, *Coniques*, II 31, II 32 et II 36

Comme j'ai déjà étudié ailleurs ces énoncés semi-formulaires<sup>26</sup>, je peux me contenter de résumer l'affaire. Je raisonne sur II 31 :

---

26. « Notes linguistiques et critique sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (Première partie) », *Revue des Études Grecques* (112), 1999, p. 409-443 (p. 440 et s.).

Ἐὰν ἑκατέρας τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφάπτωνται, ἐὰν μὲν ἡ τὰς ἀφ᾽ ἑαυτῶν ἐπιζευγνύουσα διὰ τοῦ κέντρου πίπτῃ, παράλληλοι ἔσονται αἱ ἐφαπτόμεναι, ἐὰν δὲ μὴ, συμπεσοῦνται ἐπὶ ταῦτ᾽ αὐτῷ κέντρῳ.

Si deux droites sont tangentes à chacune de deux opposées, et que la droite joignant les points de contact passe par le centre, les tangentes seront parallèles ; si elle ne passe pas par le centre, les tangentes se rencontreront du même côté que le centre.

Le début de la protase est dépourvu de sens mathématique. En effet, ce sens mathématique, s'il existait, impliquerait l'existence de six objets géométriques, les deux sections opposées et deux tangentes par section, ce qui est absurde. En réalité, il n'y a en tout que quatre objets, les deux opposées et une tangente par section. L'ambiguïté serait levée si, au lieu du simple ἑκατέρας, on avait la clause ἑκατέρα ἑκατέρας « chacune à chacune » (je dis « clause » au lieu de « ritournelle », parce que la place normale de ce syntagme est toujours *après* l'ensemble formé par le groupe nominal et le groupe verbal).

Le début de la protase est donc une forme brève, où il y a excision de la *moitié* de la clause requise (c'est-à-dire suppression du mot \*ἑκατέρα), ce qui a autorisé le déplacement stylistique de l'autre *moitié*, qui n'est plus une clause.

Il se trouve que, chez Euclide lui-même, la clause en question est plus souvent absente qu'attestée ; on constate que la tendance générale chez Euclide est de réserver l'usage de la clause aux protases, ce qui est tout à fait logique, puisque, dans le corps des propositions, les objets mathématiques sont désignés par des lettres, et donc suffisamment distingués par là. Mais les *Coniques*, qui sont écrites dans une langue mathématique « moderne », obéissent bien davantage encore au principe d'abréviation. Dans les Livres II et III de cet ouvrage, on trouve un tour assez fréquent pour être canonique : Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι, κτλ., suivi d'un verbe qui régit le génitif τῶν ἀντικειμένων. Dans cette formulation, la clause manque absolument, alors qu'il en reste encore la moitié dans les protases du Livre II des *Coniques* mentionnées au début de cette section.

## 2. *Élém.*, I 4, I 8, I 24, I 25 et I 28

Je raisonne d'abord sur la première occurrence, celle de I 4 :

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς <sup>27</sup>] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέρα καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχη τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων

27. Au début de la protase des quatre propositions en question, Heiberg, se fondant sur les hésitations de la tradition manuscrite et sur le commentaire de Proclus au Livre I des *Éléments*, n'édite pas l'article devant le complément au datif. Je n'ai

εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγῶνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκάτερα ἑκάτερα ὑφ' ἧς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Si deux triangles ont les deux côtés égaux chacun à chacun aux deux côtés<sup>28</sup> et l'angle compris par les droites égales égal à l'angle, ils auront aussi la base égale à la base, le triangle sera égal au triangle et les angles restants, sous-tendus par les côtés égaux, seront égaux chacun à chacun aux angles restants.

Voilà un énoncé qui, tout dépourvu de sens mathématique qu'il est, ne laisse pas de procurer un sentiment accusé de perfection formelle, notamment parce qu'il présente une densité élevée de couples *linguistiques* harmonieusement distribués (sept en tout, dont trois dans la subordonnée et quatre dans la principale, c'est-à-dire plus en cinq lignes que le grec ordinaire en plusieurs centaines de pages)<sup>29</sup>. Ma traduction, qui est pourtant strictement littérale, n'en comporte plus que deux : les deux occur-

---

pas les moyens de me substituer à l'éditeur, mais je ne vois pas pourquoi l'article devrait être omis à cette seule place de la protase, notamment parce que cela provoque une rupture stylistique : dans les sept couples linguistiques que comporte l'énoncé, chaque terme a le même statut stylistique que le terme apparié.

28. Dans les mathématiques grecques, le triangle a le plus souvent deux côtés et une base. Comme l'article est ici facultatif, sa présence oblige à traduire par l'article défini français.

29. Le regroupement par couples de deux actants à des cas différents est un trait stylistique que les Grecs affectionnent. En voici d'abord trois exemples non mathématiques : Hérodote, I, 86, 34 : ἐννόσαντα ὅτι καὶ αὐτὸς ἄνθρωπος ἐὼν ἄλλον ἄνθρωπον, [...] ζῶντα πρὸς διδοίη, « [Crésus] réfléchit qu'étant homme lui-même, il livrait aux flammes tout vivant un autre homme, etc. » (le deuxième terme du couple est déterminé par ἄλλον); Thucydide, I, 84, 4 : πολὺ τε διαφέρειν οὐ δεῖ νομίζειν ἄνθρωπον ἀνθρώπου, « et il ne faut pas croire qu'un homme présente une grande différence avec un autre homme » (le deuxième terme n'est pas déterminé par ἄλλον); Xénophon, *L'art équestre*, VIII, 13 : Ἀνθρώποις μὲν οὖν ἄνθρωπον ἔδωσαν οἱ θεοὶ λόγῳ διδάσκειν, κτλ., « Les dieux ont donné aux hommes d'enseigner à un autre homme par la parole, etc. » (le deuxième terme n'est pas déterminé par ἄλλον). — Puis trois exemples mathématiques : *Éléμ.*, III, 10 : Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει, κτλ., « Un cercle ne coupe pas un cercle, etc. » (= forme abrégée de la forme longue : « un cercle ne coupe pas un *autre* cercle »); III, 13 : Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται, κτλ., « Un cercle n'est pas tangent à un cercle, etc. » (= à un *autre* cercle); V, 5 : Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ἢ πολλαπλασίον, κτλ., « Si une grandeur est un équimultiple d'une grandeur, etc. » (= d'une *autre* grandeur). Notez que, dans ces trois exemples, le deuxième terme n'est pas déterminé par ἄλλον (*resp.* ἄλλον), exactement comme dans la protase de I, 4. Bien entendu, cette absence de déterminant doit faire considérer l'énoncé attesté dans ces trois exemples comme dans la protase de I, 4, comme une forme brève réclamant la restitution d'une forme longue. La différence avec le type qui m'intéresse plus spécialement dans cet article, c'est que la forme longue est donnée par la considération d'occurrences non mathématiques.

rences de la clausule « chacun à chacun », ce qui fait que le passage d'une langue à l'autre entraîne un déficit esthétique considérable. En outre, l'énoncé rassemble plusieurs des traits dont j'ai parlé dans les sections précédentes, ainsi que d'autres que nous allons découvrir et qui nous permettront d'approcher pas à pas des énoncés qui sont le prétexte de cet article.

Les traducteurs modernes varient dans leur manière de rendre cette proposition ; certains traduisent la forme longue restituée, mais en ne respectant pas la manière de l'original, d'autres traduisent plus ou moins la forme brève, en signalant entre parenthèses ou dans des notes les éléments de la forme longue. En tout cas, même si je ne suis généralement pas d'accord avec les versions adoptées, il est hors de doute que personne ne se trompe sur le sens linguistico-mathématique de cette proposition.

Voici en italiques les éléments qu'il faut restituer pour obtenir la forme longue théorique :

a) « l'angle *de l'un* compris par les droites égales égal à l'angle *de l'autre* compris par les droites égales » ;

b) « la base *de l'un* égale à la base *de l'autre* » ;

c) « les angles restants *de l'un*, sous-tendus par les côtés égaux, seront égaux chacun à chacun aux angles restants *de l'autre*, sous-tendus par les côtés égaux ».

Si l'on compte les mots des deux versions françaises, brève et longue, on voit que la première compte cinquante-sept mots, et la seconde soixante-dix-huit. La différence est considérable. Mais il ne s'agit pas seulement de statistiques, mais surtout de syntaxe et de style.

Il faut pour cela ne pas se contenter de la proposition I 4, mais considérer encore les autres du même type, mentionnées dans le titre de cette section 2. On s'aperçoit alors :

a) que le déterminant prépositionnel (ou la proposition relative de la fin de I 4) des termes mis en jeu, les côtés et les angles, c'est-à-dire ce que j'ai traduit par « compris par les droites égales », ou « sous-tendus par les côtés égaux », sont toujours accordés syntaxiquement au *seul* premier terme comparé ;

b) que les actants principaux, pour parler comme les linguistes, c'est-à-dire ici les termes comparés, forment un couple indissocié (exemple : τὴν γωνίαν τῆ γωνία), qui *précède toujours* le déterminant du premier élément (rappel : le deuxième terme n'est jamais déterminé dans l'énoncé grec, c'est-à-dire dans la forme brève attestée). Autrement dit, dans ce groupe de propositions, on a toujours la structure générale suivante :

(1<sup>er</sup> actant, 2<sup>e</sup> actant) + attribut du 1<sup>er</sup> actant (ἴσην ou μείζονα) + verbe + déterminant du 1<sup>er</sup> actant en extraposition (exemple : τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην), ce qui fait que ce déterminant est toujours à la fin de la proposition (au sens grammatical du terme).

Je tire de là que la proposition relative qui est à la fin de la protase de I 4 (ὕφ' ἃς [...] ὑποτείνουσιν) détermine syntaxiquement le premier actant, αἱ λοιπαὶ γωνίαι, et pas le second, ταῖς λοιπαῖς γωνίαις.

Ces considérations de syntaxe et de style seront du plus grand secours pour l'étude des énoncés V, *déf.* 5, V, 4 et V, 15.

### E. *Le problème de la traduction*

Sans le signaler expressément, j'ai rencontré à chaque instant ce problème. En effet, la difficulté qui s'attache à la compréhension de ces phénomènes a pour corollaire la difficulté de la traduction dans les autres langues.

Doit-on traduire la forme attestée, c'est-à-dire la forme brève, qui est effectivement traduisible littéralement, puisqu'elle ne répugne pas aux règles de la syntaxe grecque, ou faut-il traduire la forme longue sous-entendue ? Autrement dit, doit-on traduire des mots ou du sens ?

Il me semble qu'il n'y a pas de règle générale et qu'il faut prendre un parti dans chaque cas séparément, à condition d'en avertir le lecteur.

Prenons un exemple délicat et très fréquent, celui des formes brèves du type τὸ A ou ἡ AB<sup>30</sup>. Le français dispose lui aussi de formes brèves, et l'on peut dire : A, ou AB. En français, « A » veut dire « le point A », et « AB » veut dire « la droite AB ». Autrement dit, en français comme en grec, on sous-entend respectivement les mots « point » et « droite », placés en français *après l'article défini*. Mais, en grec, les formes brèves τὸ A et ἡ AB sont ambiguës, ou plutôt, pour parler comme les linguistes, ce sont des formes *épiciens*, c'est-à-dire communes, qui renvoient à deux formes longues toutes deux attestées : τὸ A est la forme brève ou bien de τὸ A σημείον « le point A », ou bien de σημείον τὸ A « un point A ». Il résulte de là que, lorsque τὸ A est la forme brève de τὸ A σημείον, on peut sans dommage traduire par le simple « A » du français, mais que, lorsque τὸ A est la forme brève de σημείον τὸ A, on est obligé de traduire par la forme longue « un point A ».

Voici un autre exemple, plus simple.

30. Voir mon article « Défini/indéfini, etc. », p. 281 et s.

Dans la théorie des sections coniques, il existe une certaine droite promise à un grand avenir, « l'ordonnée »<sup>31</sup> ; il s'agit d'une droite abaissée (ou parfois *élevée*, ou même, par abus de langage ou erreur de copiste, simplement *menée*) sur un diamètre d'une conique parallèlement à une droite donnée. L'expression linguistique de cette « ordonnée » a une forme longue attestée qui est la suivante : ἡ καταγομένη τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, « la droite abaissée sur le diamètre de manière ordonnée ». Mais, le plus souvent, on trouve différents types de formes brèves, dont le noyau, toujours présent, est ἡ κατηγμένη, « la droite abaissée », avec ses deux déterminants exprimés ou sous-entendus : (a) *sur le diamètre* (ἐπὶ τὴν διάμετρον), et (b) *de manière ordonnée* (τεταγμένως), c'est-à-dire *parallèlement à une direction donnée*. Dans la traduction de ces différentes variantes brèves, j'ai pris le parti de respecter chaque fois le signifiant<sup>32</sup>, parce que le français ne répugne pas à cet endroit aux abréviations du grec, ce qui fait que j'écris, selon les cas, « la droite abaissée », « la droite abaissée sur le diamètre », « la droite abaissée de manière ordonnée ». Naturellement, pour donner un sens à ces formes brèves, il faut chaque fois se référer à la forme longue.

Pour en revenir aux abrègements d'énoncés et non plus aux abrègements de syntagmes, l'idéal serait de donner en parallèle deux traductions, la brève, qui calque le grec, mais qui n'a pas de sens mathématique, et la longue, qui seule peut être le cas échéant traduite en langage symbolique. En effet, si l'on ne donne que la version brève, il est très maladroit de la transcrire ensuite au moyen du symbolisme moderne, puisque c'est confondre deux types de significations incompatibles : la signification linguistique donnée par la grammaticalité du texte bref et la signification mathématique, donnée par la forme longue, restituée au moins en pensée.

Mais on se doute que l'exigence dont je parle est peu réaliste<sup>33</sup>. Aussi proposerais-je volontiers la voie moyenne que voici : chaque fois qu'on le peut et sans forcer la syntaxe de la langue-cible, traduire la forme brève attestée, c'est-à-dire se résoudre à un galimatias *mathématique* fidèle à

31. Il n'y a pas à proprement parler d'ordonnée en grec, mais seulement une « droite abaissée sur le diamètre de manière ordonnée ». C'est pourquoi j'ai mis le mot entre guillemets.

32. Dans la traduction qui accompagnera l'édition du texte grec des *Coniques* dans la C.U.F. par M<sup>me</sup> M. Decorps-Foulquier.

33. C'est pourtant ce que font Frajese-Maccioni dans le cas d'*Élém.*, V, *déf.* 5. Mais leur traitement est maladroit, du moins dans la perspective qui est la mienne, car la deuxième version est plutôt une glose de la première, qui contient déjà des éléments d'une version longue. — Pour ce même énoncé, Heath a une remarque intéressante (tome II, p. 120) : *In my translation of this definition I have compromised between an attempted literal translation and the more expanded version of Simson.*

l'original grec, puis faire les notes qui conviennent et qui seules permettent l'éventuelle transcription. Cette solution a même un avantage pratique : dans certains cas, on peut hésiter sur la forme longue à restituer ou ne pas savoir qu'il faut restituer une forme longue ; cet article en est la preuve. Le jour où toutes les formes longues auront été découvertes et auront fait l'objet d'un accord parmi les spécialistes, alors le travail du traducteur sera de beaucoup facilité.

J'ai dit un peu plus haut : chaque fois qu'on le peut. C'est qu'on ne le peut pas toujours. Il arrive que la forme brève moderne destinée à calquer la forme brève du grec donne un résultat inacceptable dans la langue-cible. On vient de le voir à propos de la forme brève du point ou de la droite, qui est épïcène en grec : si, par ignorance du phénomène, on emploie la forme brève, par exemple « AB » (qui veut dire « la droite AB »), au lieu de la forme longue « une droite AB », on commet une erreur linguistique très grave. Mais voici un exemple plus simple.

Les angles opposés par le sommet ont en grec une seule expression : αἱ κατὰ κορυφὴν γωνίαι. Il s'agit évidemment d'une forme brève, dont la forme longue n'est jamais attestée, du moins dans le *corpus* classique (Euclide, Archimède, Apollonius). Cette forme longue est très probablement la suivante : \*αἱ κατὰ κορυφὴν ἀντικείμεναι γωνίαι, « les angles opposés par le sommet ». Impossible, on le sent bien, de traduire littéralement la forme attestée, c'est-à-dire d'employer la forme brève « les angles au sommet », car cette traduction peut signifier bien d'autres choses.

Dans des cas de ce genre, il faut donc traduire la forme longue. Mais je pense que, là aussi, il faut une note.

Je voudrais conclure cette première partie en des termes qui tirent les leçons des considérations précédentes et qui préparent les études de cas contenues dans la deuxième partie.

– Les textes mathématiques grecs comportent des énoncés incomplets et donc dépourvus de sens. J'insiste là-dessus : croire que ces énoncés incomplets sont malgré tout pourvus d'un sens mathématique, c'est confondre l'énoncé attesté et le contenu mathématique que l'on tire explicitement ou implicitement de la forme longue. Les formes longues qui donnent leur sens aux énoncés se repèrent de deux façons : (a) par l'examen du contenu mathématique, qui est cependant très insuffisant, puisqu'il néglige la formulation spécifiquement grecque de l'énoncé ; (b) par des considérations linguistiques structurales, où l'on compare des énoncés d'un même type général.

– Cette comparaison des énoncés fait découvrir des constantes syntaxiques et stylistiques qui permettent et *réclament* la restitution de formes

longues. On ne doit pas se contenter de dire ou de penser que « quelque chose est sous-entendu », car, dans les textes mathématiques grecs, il y a deux types de « sous-entendus » : (a) ceux que l'on trouve dans toutes les langues et qu'on appelle de ce nom parce que la traduction dans la langue-cible réclame des précisions absentes du texte-source ; (b) ceux dont je parle dans ces recherches, qui sont les seuls qu'il faut signaler comme des adjonctions, par divers moyens typographiques, dans une traduction des textes mathématiques grecs, au cas où l'on donnerait d'emblée une « traduction longue ». — Plutôt que de parler de « sous-entendus », ce qui, pour le linguiste, soulève un nuage de difficultés, je préfère employer les expressions « forme brève » et « forme longue », ce qui permet de constituer ce type de « sous-entendus » en une classe dotée d'un statut spécifique.

\*

\* \*

## Deuxième partie

### Étude de V, *déf.* 5, V, 4 et V, 12

La définition V, 5 a suscité d'abondants commentaires, très souvent négatifs<sup>34</sup>, depuis la Renaissance ; puis, à partir du dernier tiers du XIX<sup>e</sup> s., et pour des raisons propres aux mathématiciens, elle a pris un sens nouveau à leurs yeux ; depuis lors, les commentateurs ne ménagent pas leur admiration. Mais son élocution, qui a embarrassé implicitement ou explicitement les interprètes, n'a jamais été prise comme objet d'étude, ce qui fait que l'on n'a pas encore clairement compris comment cette définition était construite et comment son contenu mathématique était exprimé. C'est cette lacune de l'exégèse moderne que je voudrais tenter de combler, au moins pour les parties qui m'intéressent.

Ce qui m'intéresse dans cette définition, ce sont les traits linguistiques qu'elle partage avec les protases de V, 4 et 15. Ces trois énoncés sont semi-formulaires, au sens que je donnais à cette expression un peu plus haut. Les caractères linguistiques de V, 4 sont exactement les mêmes que ceux de V, *déf.* 5 ; l'étude de celle-ci permettra donc d'aller très vite pour celui-là. En revanche, la protase de V, 15 présente une particularité<sup>35</sup> telle qu'il n'est pas exagéré de dire que personne ne l'a jamais comprise.

34. Voyez Heath, Enriques et Frajese-Maccioni.

35. La présence de l'adverbe ὡσαύτως.



## I. Le texte et la traduction

Pour chacun des trois énoncés, j'ai cru devoir soulager la peine du lecteur en présentant par anticipation une double traduction dans un texte suivi. La première, la forme brève, est en romains uniquement ; la seconde, la forme longue, est en romains *et* en italiques. La forme brève est la traduction littérale du texte transmis, qui est lui-même un texte abrégé, pourvu d'un sens qui lui vient de sa seule grammaticalité, mais dépourvu de sens mathématique. La forme longue est la forme à laquelle renvoie implicitement la forme abrégée pour que l'énoncé prenne son sens véritable. On peut donc lire au choix la partie brève en romains ou la traduction longue, en romains et en italiques. J'essaierai de justifier ma traduction dans l'étude qui suit. J'ai numéroté les parties qui se correspondent dans le texte et la traduction.

### A. La définition V, 5

1 Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι  
 2 πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον,  
 3 ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια  
 4 τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασιῶν  
 5 καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν  
 6 ἐκάτερον ἐκατέρου  
 7 ἢ ἅμα ὑπερέχη ἢ ἅμα ἴσα ἢ ἡ ἅμα ἐλλείπη  
 8 ληφθέντα κατάλληλα.

1 Des grandeurs sont dites être dans le même rapport,  
 2 la première avec la deuxième et la troisième avec la quatrième,  
 3 lorsque des équimultiples de la première et de la troisième grandeur,  
 8 pris dans cet ordre,  
 7 sont,  
 6 chacun des deux à chacun des deux,  
 5 selon une multiplication quelconque,  
 7 à la fois supérieurs à, ou à la fois égaux à, ou à la fois inférieurs à  
 4 des équimultiples de la deuxième et de la quatrième grandeur,  
*pris dans cet ordre.*

### B. La protase de V, 4

1 Ἐάν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον  
 πρὸς τέταρτον,  
 2 καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου  
 3 πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου  
 4 καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν  
 5 τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον  
 6 ληφθέντα κατάλληλα.

- 1 Si une première grandeur a avec une deuxième grandeur le même rapport qu'une troisième grandeur avec une quatrième grandeur,
- 2 des équi-multiples de la première et de la troisième grandeur,
- 6 pris dans cet ordre,
- 5 auront aussi,
- chacun des deux avec chacun des deux,
- 4 selon une multiplication quelconque,
- 5 le même rapport
- 3 avec des équi-multiples de la deuxième et de la quatrième grandeur,
- pris dans cet ordre.

### C. La protase de V, 15

- 1 Τὰ μέρη
  - 2 τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις
  - 3 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον
  - 4 ληφθέντα κατάλληλα.
- 1 Les parties,
  - 4 prises dans un certain ordre,
  - 3 ont le même rapport
  - 2 que leurs équi-multiples
  - pris dans le même ordre.

### Complément :

Les éléments mis en jeu dans ces énoncés forment des groupes binaires. Il me semble qu'en général, et sans le dire, les interprètes considèrent ces groupes comme des *couples*, au sens mathématique du terme. Personnellement, et pour des raisons linguistiques, je pense qu'il s'agit dans certains cas de *paires*<sup>36</sup>. Je reviendrai plus loin sur ce point, qui n'est pas sans importance en la matière. Voici les différentes groupes qu'on peut constituer :

#### A. V, *déf.* 5 et V, 4

a) Les *paires* des premières grandeurs (lignes 1 et 2 *resp.* 1) : {A, B} et {C, D}.

b) Les *paires* des multiples de ces grandeurs (lignes 3 et 4 *resp.* 2 et 3) : {mA, mC} et {nB, nD}.

c) Les *couples* des grandeurs comparées entre elle, c'est-à-dire ceux dont le premier terme est sujet des verbes et dont le second en est le complément : (mA, nB) et (mC, nD).

---

36. Une paire {A,B} est un ensemble à deux éléments A et B. Le couple (A,B) est une suite ordonnée de deux termes A et B, ce qui veut dire que, généralement, (A,B) ≠ (B,A).

## B. V, 15

a) La *paire* des premières grandeurs (ligne 1) :  $\{A, B\}$ .

b) La *paire* des multiples de ces grandeurs (ligne 2) :  $\{mA, mB\}$ .

Enfin, je propose de décrire un aspect important de la structure de ces énoncés en réunissant les groupes qu'on a vus pour former des *couples linguistiques* (et non mathématiques), sur le modèle des sept couples que faisait voir la structure de la protase d'*Élé.*, I 4, étudiée dans la première partie. Ces couples *stylistiques* sont  $[(mA, mC), (nB, nD)]$  pour les deux premiers énoncés et  $[(A, B), (mA, mB)]$  pour V, 15.

## II. Les différents syntagmes

### A. L'expression καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμόν

Le verbe πολλαπλασιάζω, « multiplier », se trouve chez Euclide en plusieurs endroits. Le substantif dérivé πολλαπλασιασμός, « multiplication », est en revanche extrêmement rare. Dans le *corpus* classique des grands mathématiciens, on ne le trouve que dans la déf. *Élé.*, V, 5 et dans la proposition V, 4<sup>37</sup>. On le rencontre plus tard chez les commentateurs.

Littéralement, l'expression veut dire « selon n'importe quelle multiplication ». Il est sans doute tentant et loisible de la traduire par les simples mots « quelconques » (Peyrard, Puertas Castaños, Artmann) ou « arbitraires » (Dijksterhuis), exprimés deux fois. Mais les considérations suivantes m'invitent à respecter l'élocution du grec.

Dans sa traduction annotée et commentée des *Éléments* (tome II, p. 42), à propos de V, déf. 5, B. Vitrac remarque que « généralement, on comprend que l'expression se rapporte aussi bien aux équi-multiples des première et troisième grandeurs qu'à ceux des deuxième et quatrième, qu'elle est en quelque sorte 'en facteur' ». C'est exact pour tous les auteurs que j'ai consultés, qui rendent cette mise « en facteur » par divers moyens linguistiques. Mais il faut dire aussi que les interprètes modernes font comme si tout cela allait de soi, ce qui n'est pas le cas. Vitrac est le seul à exprimer son embarras, au moins en substance. Ainsi, dans la note 35 de la même page, il dit que, dans sa traduction, il « conserve l'ambiguïté de ce à quoi se rapporte » l'expression en question ; « peut-être est-ce seulement aux équi-multiples de la deuxième et de la quatrième grandeurs. »

---

37. En somme, ces deux énoncés comportent deux quasi-hapax à des places essentielles : les syntagmes καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμόν et ληφθέντα κατάλληλα. Il y a sûrement des choses à tirer de cette particularité d'un point de vue historique.

D'abord, les règles de l'analyse linguistique interdisent cette dernière hypothèse, qui se fonde (n. 35) sur le recours aux emplois de la définition dans les démonstrations des propositions subséquentes, c'est-à-dire sur des pratiques qui n'ont rien à voir avec la langue de la définition. En effet, l'expression est un syntagme prépositionnel qui détermine les trois verbes qui suivent. Il n'y a donc aucune raison pour que son contenu mathématique se rapporte plutôt au second couple d'équimultiples qu'au premier, et il n'y a pas d'ambiguïté. La syntaxe est claire ; le syntagme est effectivement en « facteur commun », ce qui fait que je l'ai traduit une seule fois. La traduction par les mots « quelconque » ou « arbitraire », appliqués successivement à chacune des paires ( $mA$ ,  $mC$ ) et ( $nB$ ,  $nD$ ), pourrait donner l'impression que le syntagme, dans une forme longue restituée, serait exprimé deux fois, ce qui n'a pas lieu d'être. Autrement dit, dans le cas de ce syntagme, le principe d'abréviation ne joue pas.

Ce qui nous en assure encore davantage, c'est son expression linguistique et sa place dans l'économie de l'énoncé. Il était parfaitement loisible à l'auteur de V, *déf.* 5 de donner de ce syntagme une expression qui eût permis de faire jouer le principe d'abréviation et de restituer une forme longue répétant le syntagme. La formulation la plus naturelle, à mon sens, aurait été la suivante : \*καθ' ὁποιοῦν πολλαπλασιασμὸν γενόμενα, « [les multiples] obtenus selon une multiplication quelconque »<sup>38</sup>. Restait à placer ce syntagme parfaitement admissible dans l'énoncé. La difficulté est qu'il aurait eu la même fonction syntaxique que le groupe final ληφθέντα κατάλληλα. Il était donc très gênant, d'un point de vue stylistique, de le placer dans l'une des seules positions admissibles, c'est-à-dire à la place 5 ou à la place 8. En revanche, avec le syntagme « réduit » attesté et en facteur commun à la place 5, on obtient un énoncé merveilleusement agencé, où le seul syntagme ληφθέντα κατάλληλα réclame d'être répété au cas voulu pour donner la forme longue désirée.

### B. La clause ἑκάτερον ἑκατέρου

D'abord, la forme linguistique même de cette clause apporte une précision décisive pour le sens de l'énoncé. En effet, dans V, *déf.* 5, les groupes de multiples sont exprimés dans les termes suivants :

τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου πολλαπλάσια

et

τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου πολλαπλασιῶν.

38. Le syntagme restitué pour donner la forme longue aurait été celui-ci : \*καθ' ὁποιοῦν πολλαπλασιασμὸν γενομένων.

C'est-à-dire :

« Les multiples de la première et de la troisième grandeur »

et

« les multiples de la deuxième et de la quatrième grandeur ».

En grec comme en français, ces énoncés sont ambigus et susceptibles de plusieurs interprétations, dont je ne retiendrai que les deux principales :

- chacune des quatre grandeurs a un seul multiple ;
- chacune des quatre grandeurs a deux ou plusieurs multiples.

Dans le cas de la première interprétation, on a tout simplement affaire au tour stylistique qu'affectionne le grec et qu'on appelle le *pluriel distributif*, ex. : « à l'église, les dames portent *des chapeaux*. » En grec, on dit *des chapeaux*, parce qu'il y a plusieurs dames ; en français, on dit *un chapeau*, parce que chaque dame n'a qu'un chapeau. Dans la seconde interprétation, le pluriel s'impose pour des raisons purement syntaxiques. Bref, dans l'un et l'autre cas, qu'il s'agisse de stylistique ou de syntaxe, le pluriel τὰ πολλαπλάσια (ou τῶν πολλαπλασίων) est régulier en grec. Par conséquent, l'auteur (ou les auteurs) de cette définition devait de toute nécessité indiquer comment trancher entre les deux interprétations.

Or la clause permet de lever l'ambiguïté. En effet, elle comporte, non pas le pronom indéfini ἕκαστον, mais le pronom ἐκάτερον, qui signifie que l'on distingue entre *deux* termes et pas entre plusieurs termes ou entre deux groupes de termes<sup>39</sup>. Il suit de là que l'emploi de cette clause implique l'existence de quatre termes composant le couple *linguistique* [(mA, mC), (nB, nD)]. On voit ainsi que la traduction par « respectivement » (Puertas Castaños), qui peut convenir par exemple pour la protase d'*Élé.*, I 4, où l'on sait qu'il y a quatre termes (quatre côtés ou quatre angles), est fautive ici, puisqu'il revient précisément à la clause de nous l'apprendre. Bref, la clause prouve que l'on a affaire au tour stylistique « des dames et de leur(s) chapeau(x) ».

Quant à son rôle dans l'économie de la définition, il est simple à définir, parce que l'emploi de cette clause est très clair dans les *Éléments*. Considérons les deux paires dont je viens de parler, c'est-à-dire {mA, mC} et {nB, nD}. La clause sert à préciser qu'il faut mettre en relation chaque terme de la première avec un seul terme de la seconde<sup>40</sup>, et non par

39. Si, dans la définition, il avait été question de deux fois deux *groupes* de termes, le grec aurait écrit \*ἐκάτερα ἐκάτερον.

40. La relation dont il s'agit ici est donnée par les trois verbes « être supérieur à, être égal à, être inférieur à ».

exemple les deux termes de la première pris ensemble aux deux termes de la seconde pris ensemble, et autres situations de ce genre.

Mais la clausule ne nous dit pas s'il faut établir de relation par exemple entre  $mA$  et  $nB$  plutôt qu'entre  $mA$  et  $nD$ . Ce rôle n'est pas dévolu à la clausule  $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\nu \acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\nu$ , mais au syntagme  $\lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$ . C'est seulement avec ce dernier syntagme que la structuration de V, *déf.* 5 est achevée.

Il faut enfin signaler l'absence de la clausule dans la protase de V, 4, comme aussi dans les protases de V, 2 et V, 3. Cette absence n'a pas à être mise au compte de la négligence d'un copiste. Il s'agit d'un cas d'abréviation d'énoncé du genre de ceux qui m'occupent ici : la structure complète ayant été donnée en V, *déf.* 5, il n'était plus nécessaire de répéter la clausule là où le sens la réclame. Naturellement, cette clausule doit être insérée dans la forme longue de V, 2, V, 3, comme je l'ai fait plus haut dans ma traduction de V, 4.

### C. *Le syntagme $\lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$*

Il serait sans doute trop long de présenter les solutions retenues par les traducteurs et commentateurs que j'ai consultés. Pourtant, la variété des solutions, les « oublis » peut-être involontaires et les manquements parfois délibérés à la syntaxe obvie du grec, tout cela fait du traitement de V, *déf.* 5 et de V, 15 par les Modernes un cas d'école du plus haut intérêt. Je m'en tiendrai à la remarque suivante : la racine des errements que l'on constate tient à l'indistinction entre deux ordres de réalités, la linguistique et la mathématique. On imagine les difficultés des traducteurs, forcés au concordisme entre un contenu mathématique qu'ils connaissent et un énoncé grec dont la structure et la signification leur échappent partiellement<sup>41</sup>.

Sur le modèle des exemples étudiés dans la première partie, je commencerai par indiquer pour chacun des trois énoncés la forme longue qui doit servir de base aux transcriptions des mathématiciens. Le résultat sans doute le plus attendu est la restitution de la structure complète de V, 15. Ensuite, j'examinerai la signification du syntagme, à partir des emplois non mathématiques de l'adjectif  $\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$  dans la littérature grecque.

---

41. Je ne veux pas dire que, pour traduire correctement les mathématiques grecques, il faudrait ignorer le contenu mathématique. Cela serait d'autant plus absurde que, plus les textes sont « schizosémiques », et plus il faut précisément connaître le référent. Je dis simplement qu'il y a une spécificité du linguistique qu'on doit respecter.

## 1. Questions de syntaxe et de stylistique

a. V, *déf.* 5

La proposition subordonnée comporte deux actants principaux, qui sont les couples *linguistiques* ( $mA$ ,  $mC$ ) et ( $nB$ ,  $nD$ ). Les termes du premier sont sujets des trois verbes ; ceux du second sont compléments de ces trois mêmes verbes.

Le syntagme  $\lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$  est placé à la fin de l'énoncé. Il s'agit d'un nominatif pluriel qui détermine le couple sujet des trois verbes, c'est-à-dire le couple ( $mA$ ,  $mC$ ). Structurellement, il est exactement à la même place que les deux déterminants que nous avons vus dans la protase d'*Élé.*, I 4, où le premier déterminant était le syntagme en extraposition  $\tau\eta\acute{\nu}\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \tau\acute{\omega}\nu\ \acute{\iota}\sigma\omega\nu\ \epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\iota\acute{\omega}\nu\ \pi\epsilon\pi\epsilon\rho\iota\chi\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\eta\nu$  et déterminait uniquement le premier terme du couple  $\tau\eta\acute{\nu}\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\nu\ \tau\eta\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$  ; le second était la relative  $\acute{\upsilon}\phi'\ \acute{\alpha}\varsigma\ \acute{\alpha}\acute{\iota}\ \acute{\iota}\sigma\alpha\iota\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\acute{\iota}\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\tau\epsilon\acute{\iota}\nu\omicron\upsilon\sigma\iota\nu$ , dont la position implique qu'elle ne détermine elle aussi que le premier terme du couple  $\acute{\alpha}\acute{\iota}\ \lambda\omicron\iota\pi\alpha\acute{\iota}\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\iota\ \tau\alpha\acute{\iota}\varsigma\ \lambda\omicron\iota\pi\alpha\acute{\iota}\varsigma\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\iota\varsigma$ .

Il n'y a donc aucune raison pour qu'il en aille différemment pour le syntagme  $\lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$ . Sa syntaxe et sa position dans l'énoncé lui imposent le même comportement que celui qu'on observe dans la protase de I 4 : syntaxiquement, il détermine uniquement le couple linguistique ( $mA$ ,  $mC$ ), mais l'on doit aussi suppléer ce même syntagme comme déterminant du couple ( $nB$ ,  $nD$ ). Ce nouveau déterminant restitué sera, pour des raisons syntaxiques, au génitif, c'est-à-dire de la forme  $*\lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\omega\nu\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$  (si, comme je le fais, on voit dans  $\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$  une forme adverbiale).

Reste à le placer correctement dans l'énoncé, c'est-à-dire à passer de la syntaxe à l'élocution.

Deux positions sont possibles : la position appositive ou la position épithétique. L'apposition donne la formulation suivante :  $*\tau\acute{\omega}\nu\ \tau\omicron\upsilon\ \delta\epsilon\upsilon\tau\acute{\epsilon}\rho\omicron\upsilon\ \kappa\alpha\acute{\iota}\ \tau\epsilon\tau\acute{\alpha}\rho\tau\omicron\upsilon\ \acute{\iota}\sigma\acute{\alpha}\kappa\iota\varsigma\ \pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\acute{\iota}\omega\nu,\ \lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\omega\nu\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$ . Mais on peut aussi proposer une variante longue où le déterminant est en position épithétique :  $*\tau\acute{\omega}\nu\ \tau\omicron\upsilon\ \delta\epsilon\upsilon\tau\acute{\epsilon}\rho\omicron\upsilon\ \kappa\alpha\acute{\iota}\ \tau\epsilon\tau\acute{\alpha}\rho\tau\omicron\upsilon\ \acute{\iota}\sigma\acute{\alpha}\kappa\iota\varsigma\ \lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\omega\nu\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\ \pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\acute{\iota}\omega\nu$ . Dans le cas de V, *déf.* 5, aucune des deux positions n'est préférable à l'autre. Remarquons simplement que si, dans la forme brève attestée, le syntagme  $\lambda\eta\phi\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$  est en apposition, ou si, en I 4, le syntagme  $\tau\eta\acute{\nu}\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \tau\acute{\omega}\nu\ \acute{\iota}\sigma\omega\nu\ \epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\iota\acute{\omega}\nu\ \pi\epsilon\pi\epsilon\rho\iota\chi\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\eta\nu$  est en extraposition, c'est uniquement pour des raisons stylistiques, c'est-à-dire pour que les deux termes des couples considérés soient les plus proches possible et forment ce que j'ai appelé le couple (ou, si l'on préfère, l'hypercouple) *stylistique* [( $mA$ ,  $mC$ ), ( $nB$ ,  $nD$ )].

## b. V, 4

Sur le même modèle, je propose de restituer deux variantes équivalentes longues de la paire (*nB*, *nD*), ayant l'allure suivante :

– ou bien l'apposition : \*πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου, ληφθέντα κατάλληλα ;

– ou bien l'épithète : \*πρὸς τὰ ἰσάκις ληφθέντα κατάλληλα πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου.

## c. V, 15

La protase de V, 15 comporte les deux paires de termes {A, B} et {*mA*, *mB*}, lesquelles peuvent se ranger dans un couple *stylistique* [(A, B), (*mA*, *mB*)]. En fin d'énoncé, on trouve le syntagme ληφθέντα κατάλληλα, qui détermine uniquement les termes de la première paire {A, B}. Il n'y a aucune raison de se priver de procéder comme je viens de faire et de restituer une forme longue sur le même modèle. Comme pour les précédents énoncés, deux positions sont possibles. On peut placer ce nouveau déterminant en apposition, ce qui donne ceci : \*τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, ληφθεῖσι κατάλληλα. Mais cette formulation a l'inconvénient de laisser encore une fois dans l'obscurité l'adverbe ὡσαύτως, qui n'a jamais été compris. Pour faire apparaître d'emblée sa fonction et son sens, je propose la variante épithétique, qui est la suivante : \*τοῖς ὡσαύτως ληφθεῖσι κατάλληλα πολλαπλασίοις.

On voit que cette variante livre enfin la solution d'un problème qui n'a cessé de tourmenter les interprètes : l'adverbe ὡσαύτως détermine le syntagme sous-entendu \*ληφθεῖσι κατάλληλα.

## 2. Questions de sémantique

J'ignore s'il existe une étude sémantique de l'adjectif κατάλληλος. Si cela n'était pas encore fait, il serait utile qu'un linguiste de métier s'attache à en clarifier les emplois dans toute la littérature grecque. Cela permettrait sans doute d'éviter certaines traductions douteuses qu'on rencontre dans les textes non mathématiques. Je me contenterai de quelques indications adaptées à mon propos.

L'adjectif κατάλληλος, sans être extrêmement rare, ne devient courant qu'à partir de notre ère<sup>42</sup>. Auparavant, on n'en trouve que quelques di-

42. Dans le *corpus* mathématique classique, l'expression n'apparaît que dans les trois énoncés étudiés ici. — On en trouve aussi une occurrence dans l'*Optique* d'Euclide, proposition 56, dans la recension de Théon, c'est-à-dire à une époque ex-



zaines d'attestations. À part une occurrence dans le traité hippocratique *Des fractures*, qui est la plus ancienne que nous connaissons (fin du V<sup>e</sup> ou début du IV<sup>e</sup> s.), les emplois les plus anciens ne remontent pas au-delà du IV<sup>e</sup> s. av. J.-C. Il en résulte que, si le Livre V est bien de l'époque d'Eudoxe, c'est-à-dire de la première moitié du IV<sup>e</sup> s., les emplois qu'on trouve dans les *Éléments* sont à peu près les plus anciens qui soient attestés. — Lorsqu'on suit le décours du temps, on arrive au *corpus* des *Problemata* du pseudo-Aristote, qui est de la fin du IV<sup>e</sup> ou du III<sup>e</sup> s., et où l'on trouve déjà un exemple temporel, avec l'adverbe ἄμα<sup>43</sup>. À la même époque, chez Théophraste, on rencontre le premier emploi figuré, au sens de « qui correspond à »<sup>44</sup>. Puis vient Polybe, au II<sup>e</sup> s., qui présente une dizaine d'occurrences en tout, surtout temporelles.

Comme beaucoup de mots formés au moyen d'une préposition, et notamment l'adjectif apparenté παράλληλος, l'adjectif κατάλληλος (ou l'adverbe κατάλληλα) a d'abord un sens non seulement concret, mais encore spatial. Dans des cas de ce genre, il est utile de commencer par l'examen des emplois spatiaux. Or nous avons la chance de posséder une œuvre, les *Pneumatiques* d'Héron d'Alexandrie (deuxième moitié du I<sup>er</sup> s. apr. J.-C.)<sup>45</sup>, qui est très propre à cet examen, à la fois pour le sens et pour les emplois.

Dans les *Pneumatiques*, il y a en tout quatorze occurrences de l'adjectif/adverbe qui nous intéresse, soit une pour cinq pages environ, ce qui est aussi la plus grande densité d'emploi du mot dans toute la littérature grecque. L'ouvrage d'Héron décrit le fonctionnement de machines comportant des tuyaux et des tubes reliant les diverses parties, ainsi que des embouchures et des trous pour laisser passer les fluides. D'une partie à l'autre, il faut que les trous coïncident, c'est-à-dire soient l'un en face de l'autre. Toutes les occurrences sauf une présentent la forme de pluriel ; le plus souvent ce pluriel doit être senti comme un adverbe (c'est pourquoi j'incline à penser que la forme κατάλληλα chez Euclide est un adverbe ; mais c'est d'importance nulle pour mon propos). Le verbe est le verbe κεῖσθαι « être placé ». L'adjectif/adverbe précise donc la *position* de ces trous : ils sont tous placés « l'un en face de l'autre ».

---

trêmement tardive. En outre, l'énoncé de ce théorème est gâté par la tradition manuscrite ; j'aurai l'occasion d'y revenir plus tard.

43. 902 a 11 : καὶ φύσει ἄμα κατάλληλα τελειοῦται.

44. *Les causes des plantes*, VI, 9, 2.

45. L'édition de référence est celle de W. SCHMIDT, *Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia*, vol. I, *Pneumatica*, etc., Leipzig, 1899. Voir aussi la traduction française, avec texte grec en regard, introduction et notes, par G. ARGOUËT et J.-Y. GUILLAUMIN, *Les Pneumatiques d'Héron d'Alexandrie*, Saint-Etienne, 1997.

Deux emplois sont à distinguer. Lorsqu'on opère sur un ou plusieurs couples de trous qui se font face, la relation est toujours réciproque<sup>46</sup>, *sans complément exprimé* ; la question de la construction syntaxique ne se pose pas, puisque l'adjectif est déjà composé d'une préposition et du pronom réciproque. Lorsque l'on n'opère pas avec des couples de trous, et que la relation n'est donc pas réciproque, il y a *toujours* un complément au datif, qui est le signifiant de l'objet en face duquel se trouve le premier objet<sup>47</sup>.

Cet examen des *Pneumatiques* termine l'énumération des divers sèmes qui composent le sens spatial de l'adjectif *κατάλληλος* (au pluriel et exprimant une relation réciproque). D'abord, par sa formation même et en raison de son sens réciproque, il implique que deux objets sont à la fois *ensemble* et *non confondus*. Les emplois des *Pneumatiques* montrent en outre qu'ils sont *en face l'un de l'autre*. Le sémème spatial est donc formé de la réunion des trois traits {ensemble, distinct, en face de}<sup>48</sup>.

Il est facile d'énumérer *a priori* les traits qui composeront le sémème temporel du même adjectif ; il suffit de modifier le troisième trait de façon à l'adapter au nouveau champ : le trait spatial {en face de} ne peut que devenir, selon les cas, le trait {contemporain} ou le trait {successif}. On a donc deux sémèmes possibles, selon les contextes : {ensemble, distinct, contemporain} et {ensemble, distinct, successif}. Dans la première occurrence temporelle, celle des *Problèmes*, 902 a 11, on a le sens de « contemporain »<sup>49</sup> ; chez Polybe, on trouve les deux sens de « contemporains » ou « successifs ».

Il faut noter enfin que le singulier de cet adjectif, comme celui de l'adjectif *παράλληλος*, est forcément secondaire et analogique. La présence du pronom réfléchi dans le composé implique qu'à l'origine il y avait au moins deux objets distincts l'un en face de l'autre. Puis on a formé le singulier *κατάλληλος*, où le sens réciproque disparaît, comme dans le cas du singulier *παράλληλος*. Prenons *παράλληλος* pour éclairer les choses. Au pluriel, il y a d'abord réciprocity : dire, dans les commencements, que deux droites sont parallèles, c'est, même si l'on ne sait pas de mathématiques, faire entendre que la relation est réciproque. Au singulier, non : lorsqu'on déclare qu'une droite est parallèle à une autre droite, la linguistique ne nous dit pas d'emblée que la relation est *réciproque*, même

46. Pour des raisons qu'on verra mieux plus loin, je préfère parler de relation « réciproque » au sens linguistique du terme plutôt que de relation « symétrique » au sens mathématique.

47. L'adjectif voisin *παράλληλος* réclame lui aussi un complément au datif.

48. Sur le même modèle, on peut réunir les sèmes composant le sémème spatial de l'adjectif *παράλληλος* (au pluriel réciproque) : {ensemble, distinct, le long de}.

49. La présence de l'adverbe *ἄμα* provoque un redoublement des marques.

si la mathématique nous apprend que la relation est *symétrique* ; en linguistique, la relation ne devient réciproque que si l'on dit que deux droites sont parallèles entre elles.

Il en va exactement de même pour l'adjectif *κατάλληλος*. On a trois types d'emplois : une relation réciproque au pluriel, une relation non réciproque au singulier (avec complément), une relation non réciproque au pluriel (avec complément).

### 3. Sens du syntagme dans les énoncés V, *déf.* 5 et V, 4

Je tire de ce qui précède que, dans les énoncés V, *déf.* 5 et V, 4, le syntagme *ληφθέντα κατάλληλα*, au pluriel et dépourvu de complément, exprime une relation réciproque entre les deux termes distincts auxquels l'expression se rapporte, c'est-à-dire les termes des paires  $\{mA, mC\}$  et  $\{nB, nD\}$ .

Reste à déterminer le sens de ce syntagme.

Les termes auxquels il s'applique ne sont pas des objets situés dans un espace géométrique, mais pris dans un énoncé général. Un discours n'est spatial que par métaphore ; en revanche, il existe une forme de temporalité qui lie les termes d'un énoncé (c'est-à-dire, ici, les différents multiples qui sont énumérés). Cette temporalité minimale se réduit à la distinction de l'avant et de l'après dans ce qu'on appelle une « séquence ». Or il existe un concept qui permet de ranger les objets d'une énumération selon la séquence de l'avant et l'après, c'est le concept de « suite ordonnée » ou, plus généralement, le concept d'« ordre »<sup>50</sup>.

Je propose donc le sémème suivant pour notre *κατάλληλα* :  $\{\text{ensemble, distinct, ordre}\}$ . Si j'ai raison, le syntagme *ληφθέντα κατάλληλα* doit être traduit de la manière suivante : « pris dans un certain ordre. »

Comme je le disais un peu plus haut, l'ordre ne peut être que celui des termes auxquels il s'applique, c'est-à-dire des termes *mA* et *mC* d'une part, et des termes *nB* et *nC* de l'autre. Voilà pourquoi je parlais plus haut de relation (linguistique) *réciproque* et pas de relation (mathématique) *symétrique* entre ces termes.

Autrement dit, l'expression *ληφθέντα κατάλληλα* a pour fonction unique de *transformer les paires en couples*.

---

50. Il faut évidemment prendre des précautions. Je ne prétends pas que l'auteur (ou les auteurs de ces énoncés) ait créé le concept d'« ordre », mais que ce que nous exprimons par ce concept est exprimé ici par le syntagme *ληφθέντα κατάλληλα*.

Voilà qui achève la structuration des énoncés de V, *déf.* 5 et de V, 4. On comprend par là pourquoi le syntagme n'apparaît pas dans le corps même des propositions : il n'est obligatoire que dans des protases (ou dans des conclusions) comportant des termes généraux, mais pas dans des énoncés où les êtres mathématiques sont désignés par des lettres, qui sont assez explicites.

On peut maintenant mesurer l'écart présenté par les distorsions qu'on trouve chez les interprètes modernes.

Un certain nombre de traducteurs traduisent expressément ou en substance par « pris de manière correspondante/pris dans l'ordre correspondant ». Parfois, la correspondance que l'auteur a en vue est explicitée<sup>51</sup>, mais, le plus souvent, le lecteur en est réduit à des suppositions. La supposition la plus générale que je crois pouvoir faire est celle d'une correspondance entre les termes  $mA$ ,  $mC$ ,  $nB$  et  $nD$  se traduisant par la constitution de deux nouveaux couples ( $mA$ ,  $nB$ ) et ( $mC$ ,  $mD$ ) : dire « pris de manière correspondante » doit signifier implicitement qu'il faut mettre en relation  $mA$  et  $nB$ , respectivement sujet et complément de chacun des verbes, ainsi que  $mC$  et  $nD$ . Cette mise en relation structure effectivement le contenu mathématique de l'énoncé de V, *déf.* 5 et de V, 4, et le résultat est forcément le même que celui que je propose moi-même. Mais cette manière d'envisager les choses prend les voies d'une linguistique fautive pour arriver à une mathématique exacte : rien, dans l'énoncé grec, dans sa syntaxe et dans le syntagme  $\lambda\eta\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$ , ne nous autorise à constituer une correspondance de ce type, puisque ce syntagme se rapporte seulement aux deux termes de la paire  $\{mA, mC\}$ . Plus généralement, il n'y a pas trace de « correspondance » dans l'énoncé de V, *déf.* 5. Parler de « correspondance », c'est s'écarter du donné linguistique pour opérer indûment sur le contenu mathématique.

Un mot enfin sur ma traduction de V, *déf.* 5 et V, 4. Dans la traduction anticipée des trois énoncés, au début de la deuxième partie, j'ai écrit : « pris dans cet ordre. » Le sens est en réalité « pris dans un certain ordre », car rien ne nous oblige à privilégier l'ordre ( $mA$ ,  $mC$ ) plutôt que l'ordre ( $mC$ ,  $mA$ ). Mais, si j'avais écrit « pris dans un certain ordre », j'aurais dû traduire le syntagme  $*\lambda\eta\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\omega\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$  que je supplée pour arriver à la forme longue, par « pris dans le même ordre », c'est-à-dire que j'aurais dû supposer en réalité un texte grec qui eût été  $*\acute{\omega}\sigma\acute{\alpha}\upsilon\tau\omega\varsigma\ \lambda\eta\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\omega\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$ , sur le modèle du syntagme  $*\tau\omicron\iota\varsigma\ \acute{\omega}\sigma\acute{\alpha}\upsilon\tau\omega\varsigma$

---

51. Vitrac, p. 42 : « pris de manière correspondante à l'énoncé des rapports : les multiples de la première doivent être comparés à ceux de la deuxième ; ceux de la troisième comparés à ceux de la quatrième. »

ληφθεῖσι κατάλληλα πολλαπλασίοις que je restitue pour V, 15. Pourquoi pas, en effet ? Mais je ne désire pas pousser jusqu'à son terme la logique de ma démarche, car elle entrerait en conflit avec ce que je disais dans la première partie du caractère imprécis de l'élocution mathématique grecque. Il me paraît bien plus naturel de penser que les auteurs de cet énoncé se sont parfaitement accommodés d'une forme longue privée de l'adverbe ὡσαύτως. — En revanche, dans le cas de V, 15, le contexte permet de traduire par l'expression correcte « pris dans un certain ordre ».

Je récapitule.

La clausule ἐκάτερον ἐκάτερον permettait de comprendre le sens des deux expressions « les multiples du premier et du troisième » et « les multiples du deuxième et du quatrième » : chaque grandeur n'a qu'un multiple et chaque terme de la paire  $\{mA, mC\}$  est mis en relation avec un seul terme de la paire  $\{nB, nD\}$ . Mais peut-on par exemple mettre en relation  $mA$  avec  $nD$  ? On ne le sait pas encore.

Le syntagme ληφθέντα κατάλληλα supprime les ambiguïtés. En imposant un ordre aux termes de la paire  $\{mA, mC\}$ , il en fait le couple  $(mA, mC)$ <sup>52</sup> ; de même pour l'autre paire  $\{nB, nD\}$ , qui devient le couple  $(nB, nD)$ .

Cette histoire de couples m'a donné l'idée de remercier les linguistes qui m'ont suivi jusqu'ici par une parabole que je crois éclairante.

#### D. Parabole

La définition V, 5 est semblable à l'histoire de quatre jeunes filles, Esther, Iphigénie, Izar et Marie-Louise. Esther et Iphigénie ont chacune un seul frère (*mais tout le monde ne le sait pas*) ; Izar et Marie-Louise ont chacune une seule sœur (*mais tout le monde ne le sait pas*).

Tout ce petit monde se rencontre par exemple sur le Larzac. Naissance de tendres sentiments. Projets matrimoniaux. Izar, qui est facétieuse, est chargée des faire-part.

##### 1. Premier faire-part

« Les frères d'Esther et d'Iphigénie vont épouser les sœurs d'Izar et de Marie-Louise. »

Véhémentes protestations des destinataires : on ne comprend rien à ces devinettes. Ne peut-on soupçonner un cas de polygamie ? Et qui va épouser qui ?

52. Ou, inversement, les couples  $(mC, mA)$  et  $(nD, nB)$ .

## 2. Deuxième faire-part

« Les frères d'Esther et d'Iphigénie vont épouser, chacun des deux chacune des deux, les sœurs d'Izar et de Marie-Louise. »

À la bonne heure ! C'est l'histoire bien connue des dames et de leur(s) chapeau(x) ! On sait maintenant qu'Esther et Iphigénie n'ont chacune qu'un seul frère et qu'Izar et Marie-Louise n'ont chacune qu'une seule sœur<sup>53</sup>. La morale est sauve. Mais qui épouse qui ?

## 3. Troisième faire-part

« Les frères d'Esther et d'Iphigénie, pris dans cet ordre, vont épouser, chacun des deux chacune des deux, les sœurs d'Izar et de Marie-Louise, prises dans cet ordre. »

C'est tout ce qu'on voulait savoir : le frère d'Esther va épouser la sœur d'Izar et le frère d'Iphigénie convolera avec la sœur de Marie-Louise ; vous ne pouviez pas le dire plus tôt ?

E. *Éclaircissements sur la protase de V, 15*

Trois éléments présents dans les deux autres énoncés sont absents ici : d'abord la clausule *ἐκάτερον ἐκατέρω*, qui n'avait pas lieu d'être ; ensuite le syntagme *καθ' ὄντινοῦν πολλαπλασιασμόν* « selon une multiplication quelconque », dont la présence aurait été superflue. En revanche, l'adverbe *ἰσάκις*, manque effectivement. À mon avis, s'il a été omis, c'est uniquement pour des raisons de stylistique. En effet, à la place 2, il aurait fallu écrire : *\*τοῖς ὡσαύτως ἰσάκις πολλαπλασίοις*, ce qui aurait fait croire qu'*ὡσαύτως* déterminait *ἰσάκις* ; l'expression : « leurs multiples pareillement égaux » était aussi absurde en grec qu'en français.

Les traducteurs modernes (certains le font même expressément, comme Frajese-Maccioni ou Puertas Castaños) font tous de l'adverbe *ὡσαύτως* une variante de l'adverbe *ἰσάκις*. Ils traduisent généralement par « équivultiples » ou « les mêmes multiples ».

Des considérations structurales nous ont livré la clef de cette petite énigme : *ὡσαύτως* détermine le syntagme *ληφθέντα κατάλληλα* repris sous la forme *\*ληφθεισι κατάλληλα*, ce qui permet de traduire cet énoncé par « que les *équivultiples*, pris dans le même ordre ». Mais, même indépendamment des recherches contenues dans cet article, on devait refuser d'interpréter *ὡσαύτως* au sens d'*ἰσάκις*.

---

53. On pourrait ergoter en disant que chaque jeune fille a deux frères ou deux sœurs. Mais il ne faut pas raisonner sur le français ; s'il y avait plus de quatre frères ou sœurs, le grec dirait : *ἐκάτεροι ἐκατέρων*.

D'abord, le tour τὰ ὡσαύτως πολλαπλάσια n'est certes pas très fréquent, puisqu'on ne le trouve qu'ici, dans la conclusion de la même proposition V, 15 et dans les anaphores de cette protase ; mais cette reprise à l'identique signifie que ce tour ne paraissait pas insolite aux mathématiciens ; autrement, il y avait des chances pour que la *lectio facilior* (c'est-à-dire désirée par les Modernes) \*τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια eût réapparu par inadvertance. On ne peut même pas penser que le tour attesté serait une forme archaïque conservée pieusement (mais pourquoi précisément ici ?). En effet, le vocabulaire de la multiplication est marqué par une distinction radicale entre le Livre V d'une part et les Livres VII, VIII et IX d'autre part, qui sont probablement plus archaïques : dans les trois Livres arithmétiques, on ne trouve aucune attestation de l'adjectif substantivé πολλαπλάσιος, mais seulement un tour complexe comportant le verbe apparenté πολλαπλασιάζω, « multiplier ».

Ensuite, il y a des raisons proprement linguistiques. D'une part, on objectera à l'assimilation des adverbes ὡσαύτως et ἰσάκις que l'adverbe canonique ἰσάκις a un sens multiplicatif (= « un nombre de fois égal »), ce que ne peut avoir en aucune façon l'adverbe ὡσαύτως. D'autre part, si l'expression τὰ ὡσαύτως πολλαπλάσια était une variante de l'expression canonique τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια, avec, dans le premier cas, un adverbe correspondant à l'adjectif αὐτός, « même », et, dans le second cas, un adverbe correspondant à l'adjectif ἴσος, « égal », on peut se demander pourquoi les mathématiciens n'auraient pas plutôt employé l'adjectif αὐτός, ce qui aurait autorisé la traduction très simple suivante « les mêmes multiples », c'est-à-dire le résultat de la multiplication des grandeurs par le même nombre. La réponse est très facile : lorsqu'ils parlent de « quantités », les mathématiciens grecs n'emploient pas l'adjectif αὐτός, mais l'adjectif ἴσος<sup>54</sup>.

### Réflexions finales

Il paraît difficile de soutenir que les mathématiciens grecs s'amusaient à composer des devinettes à l'intention de leurs lecteurs et de leurs successeurs ; la diffusion des mathématiques dans l'Antiquité montre qu'il

---

54. Exemple, d'abord, d'égalité en quantité : *Élém.*, V, *déf.* 17 : ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος « des grandeurs égales en quantité » ; ensuite, exemple d'égalité en grandeur : *Élém.*, V, 1 : ἴσα τῷ E « égales à E ». — La seule exception apparente concerne les rapports, qui ne sont jamais « égaux », mais toujours « identiques (αὐτός) ». La raison en est à la fois une influence de la langue non mathématique, qui dit ὁ αὐτὸς λόγος « le même λόγος (par exemple : *le même compte*) », et une raison interne, la définition du λόγος (Livre V, *déf.* 3) comme σχέσις « relation », qui fait que le λόγος n'est pas un objet.

ne s'agissait pas de textes ésotériques. Ce qui est parfois obscur pour nous était forcément clair pour eux. Il suit de là que les énoncés qu'on a vus et, par conséquent, une grande partie au moins du Livre V, n'ont pu être élaborés et écrits que par un groupe de mathématiciens, ou tout au moins que la rédaction est issue d'un milieu qui avait exercé son contrôle sur cette rédaction. Pour reprendre ma terminologie, ces mathématiciens étaient parfaitement au courant du principe d'abréviation, puisque c'est eux qui l'avaient inventé et qu'ils en avaient fixé eux-mêmes les règles : ils savaient quelle forme longue il fallait restituer pour que ces énoncés aient un sens. Les rédacteurs de ces trois énoncés étaient en parfait accord intellectuel avec les rédacteurs des énoncés euclidiens qui m'ont servi de modèles pour mes restitutions.

Pour des raisons dans lesquelles je n'ai pas à entrer, c'est un fait généralement admis que le Livre V, et tout au moins son contenu, est non pas d'Euclide, mais d'Eudoxe, c'est-à-dire bien antérieur à Euclide. Je n'ai pas à discuter cette attribution, mais on voit que mes recherches obligent à préciser les choses. Il me paraît impossible que la rédaction du Livre V soit l'œuvre d'un seul. On ne peut pas dire non plus sans précautions que, composé et écrit par Eudoxe, il aurait fait l'objet d'une reprise de fond par les mathématiciens alexandrins de l'époque d'Euclide. Comment croire, par exemple, que les mathématiciens de l'époque d'Eudoxe auraient pu donner une version faible de V, *déf.* 5, où la forme, dont je viens de dégager les différentes éléments qui la structurent, n'aurait pas été à la hauteur du contenu mathématique ?

Michel FEDERSPIEL  
Centre de Recherches sur les Civilisations Antiques  
Université Blaise-Pascal  
F-63000 Clermont-Ferrand