

SUR LE SENS DE ΜΕΤΑΛΑΜΒΑΝΕΙΝ ET DE ΜΕΤΑΛΛΗΨΙΣ DANS LES MATHÉMATIQUES GRECQUES ¹

Résumé. — En mathématiques, le verbe μεταλαμβάνειν ne signifie pas « prendre ensemble », mais « permuter ». L'erreur commune porte sur le sens du préverbe μετα. Il faut considérer le syntagme complet πάντη μεταλαμβάνεσθαι.

Le substantif μετάληψις en mathématiques

Dans les textes mathématiques purs ², le substantif μετάληψις n'apparaît jamais. Mais, si l'on va au-delà des textes mathématiques purs jusqu'à certaines parties des commentaires d'Eutocius et des traités néopythagoriciens, on en relèvera deux occurrences, l'une dans le commentaire de Jamblique à l'*Introduction arithmétique de Nicomaque* ³, l'autre dans le commentaire d'Eutocius aux *Coniques* d'Apollonius ⁴. Voici tout de suite ces deux passages, avec une version française qui omet provisoirement la traduction de μετάληψις.

1. En dehors des éditions classiques des mathématiciens grecs par Heiberg (pour Euclide, Apollonius et Héron d'Alexandrie), Bibliotheca Teubneriana ; par Hultsch (pour Pappus), Berlin, 1875 ; et par Mugler (pour Archimède), Collection des Universités de France (je cite par Livre, proposition, page et ligne), j'ai consulté les ouvrages que voici. D'abord Ch. MUGLER, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*, Paris, 1959. Puis les traductions ou études suivantes : F. PEYRARD, *Les œuvres d'Euclide*, Paris, 1819, rééd. Paris, 1966 ; M. SIMON, *Euclid und die sechs planimetrischen Bücher*, Leipzig, 1901 ; Th. L. HEATH, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Cambridge, 1908, rééd. New York, 1956 ; E. J. DIJKSTERHUIS, *De Elementen van Euclides*, Groningen, 1930 ; F. ENRIQUES, *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, Bologna, 1930 ; C. THAER, *Euklid. Die Elemente*, Leipzig, 1933, 6^e éd., Darmstadt, 1975 ; A. FRAJESE - L. MACCIONI, *Gli Elementi di Euclide*, Torino, 1970 ; B. VITRAC, *Euclide. Les Éléments*, vol. I, Paris, 1990 ; M. L. PUERTAS CASTAÑOS, *Euclides. Elementos*, vol. I, Madrid, 1994.

2. J'entends par là les ouvrages de type euclidien.

3. H. PISTELLI (avec les adjonctions et corrections fort importantes d'U. KLEIN), *Iamblichii in Nicomachi arithmetica introductionem liber*, Stuttgart, 1970, p. 93, l. 25.

4. Dans le tome II des œuvres d'Apollonius, éd. Heiberg, p. 202, l. 8.

a. Jamblique :

Οἱ δὲ μικτοὶ πάσας μὲν γωνίας παρὰ μίαν ἴσας ἔχοντες πάντα δὲ ἐπίπεδα πάλιν παρ' ἓν ἴσα πυραμίδες, αἱ ἀπὸ <τῆς> [= ajout de Pistelli] τετραγώνῳ βάσει χρωμένης ἀρχόμεναι μέχρις ἀπείρου, ὧν οὐκέτι μετάληψις ἔσται κατὰ τὴν βάσιν, ὡς ἐπὶ τῆς τριγώνῳ βάσει χρωμένης συνέβαινεν.

Les nombres <solides> mixtes qui ont tous leurs angles égaux sauf un et toutes leurs surfaces égales sauf une sont appelés *pyramides*, en commençant par celle qui a une base carrée et cela jusqu'à l'infini ; dans ce cas, il n'y aura plus de μετάληψις possible pour la base, contrairement à ce qui se produit, on l'a vu, pour la pyramide à base triangulaire.

b. Eutocius (à propos de la définition du « cas ») :

Πτώσις ἐστὶν ὅταν τὰ ἐν τῇ προτάσει δεδομένα τῇ θέσει ἢ δοθέντα· ἢ γὰρ διάφορος αὐτῶν μετάληψις τοῦ αὐτοῦ συμπεράσματος ὄντος ποιεῖ τὴν πτώσιν. Ὅμοίως δὲ καὶ ἀπὸ τῆς κατασκευῆς μετατιθεμένης γίνεται πτώσις.

Il y a un *cas* lorsque ce qui est donné dans la protase ⁵ l'est par position ; une μετάληψις différente des données, mais avec une conclusion identique, produit un cas. Pareillement, s'il y a une *modification* dans la construction, on a aussi un cas.

Inutile d'aller chercher très loin, puisque l'extrait d'Eutocius est explicite : le substantif μετάληψις est repris sous une forme participiale par le verbe sémantiquement apparenté μετατιθέναι, « modifier ». Le substantif qui nous occupe veut donc dire chez Eutocius « changement, modification ».

Quant à l'extrait de Jamblique, il fait référence ⁶ à un passage où il est question du tétraèdre ⁷. Voici cet autre passage, situé quelques lignes plus haut que le précédent (l. 12 et s.) et qui comporte précisément le verbe μεταλαμβάνειν :

Τῶν δὲ στερεῶν ἀριθμῶν εἰσὶν οἱ μὲν ἰσογώνιοι [...]· καλοῦνται δ' οὔτοι κύβοι καὶ τετράεδροι πυραμίδες, ὧν πάντη μεταλαμβάνεται ἢ βάσις.

Parmi les nombres solides, les uns sont équiangles [...]. On les appelle *cubes* ou *pyramides tétraèdres* ; leur base est *permutable* de toutes les manières.

5. La partie de la proposition mathématique qu'on appelle en français *l'énoncé*.

6. L'auteur emploie l'imparfait scientifico-philosophique συνέβαινε, que les hellénistes traduisent volontiers par le présent du verbe accompagné d'une incise, par exemple « on l'a vu ».

7. C'est-à-dire une « pyramide à base triangulaire », comme dit le texte.

Il suit de là que, dans le premier passage cité de Jamblique, le substantif *μετάληψις* signifie « permutation », ou quelque chose de ce genre.

Remarquez, dans le deuxième extrait, la présence de l'adverbe *πάντη*, « de toutes les façons », qu'on retrouvera aussi dans les deux énoncés *Éléments*, I, 17 et 20, ainsi que dans toutes les anaphores [= reprises] de ces énoncés euclidiens dans les textes mathématiques grecs. On en conclura que le syntagme *πάντη μεταλαμβάνεσθαι* était une expression technique parfaitement familière aux Anciens qui, comme Jamblique, connaissaient bien au moins certaines parties des *Éléments* d'Euclide et pouvaient donc l'employer dans un contexte qui n'est pas formellement celui des énoncés du Livre I des *Éléments* ou de leurs anaphores. Mais rien n'interdit non plus de penser que Jamblique et Euclide ont puisé tous deux à la même source, c'est-à-dire à des mathématiques pythagoriciennes qui ne nous sont pas parvenues.

On voit l'avantage de passer d'abord par le substantif, puisqu'il donne d'emblée aussi le sens du verbe associé, du moins chez Jamblique. Il n'est pas difficile de deviner qu'Euclide présentera le même sens.

Les occurrences du verbe *μεταλαμβάνειν* en mathématiques⁸

Il n'y en a qu'un tout petit nombre dans les mathématiques pures, ce qui fait que la liste en est rapidement dressée⁹.

Les deux premières propositions contenant ce verbe sont celles d'*Éléments*, I, 17 et 20 ; le plus souvent, les autres occurrences du verbe dans les mathématiques se trouvent dans les anaphores de ces deux propositions ; ce sont aussi ces mêmes propositions *Éléments*, I, 17 et 20 qui servent de modèles à quelques rares emplois similaires. Le plus expédient est donc de citer d'abord *in extenso* les protases d'*Éléments*, I, 17 et 20, avec la traduction qu'elles réclament.

1. Les protases d'*Éléments*, I, 17 et 20

I, 17. Παντός τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Dans tout triangle, deux angles, *permutés de n'importe quelle manière*, sont plus petits que deux angles droits.

8. En réalité, le verbe est toujours employé au passif *μεταλαμβάνεσθαι*. Il faut éliminer l'occurrence (à l'actif) présentée par la préface du Livre IV des *Coniques* d'Apollonius (éd. Heiberg, p. 2, l. 7), puisqu'elle n'est pas prise dans un contexte mathématique et signifie « recevoir ».

9. On les trouve dans une douzaine de propositions différentes (ce qui fait plus d'une douzaine d'occurrences), chez des auteurs cités plus loin.

I, 20. Παντός τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Dans tout triangle, deux côtés, *permutés de n'importe quelle manière*, sont plus grands que le côté restant.

Quelques précisions sur la langue de ces énoncés ne sont sans doute pas inutiles. D'abord la question de l'article qui accompagne les syntagmes δύο γωνίαι et δύο πλευραὶ et qui a donné lieu à des méprises chez tel ou tel commentateur. Dans les mathématiques grecques, un triangle a généralement deux côtés et une base, laquelle est le plus souvent la ligne parallèle à celle de nos yeux lorsque nous fixons la figure ; cette particularité est le témoin fidèle d'une mathématique archaïque, antérieure au degré d'élaboration que nous connaissons par les *Éléments*, et où la considération de la figure primait l'abstraction généralisatrice. Dans l'expression des côtés, la présence de l'article s'explique donc facilement, puisque ces deux côtés sont déterminés implicitement par opposition à la base¹⁰. Dans le cas des angles, il y a simple emprunt par imitation du cas des côtés¹¹ : les deux angles sont d'abord les angles à la base d'un triangle.

La seconde particularité est la suivante. Il existe un usage toujours respecté, dans les mathématiques grecques, qui veut qu'une expression du type « A et B sont égaux à C » n'a pas le sens distributif qu'elle a en français, mais signifie « la somme de A et B est égale à C »¹². Il s'agit de ce que je propose d'appeler un « pluriel sommatif » qui, dans les *Éléments*, apparaît précisément pour la première fois à cet endroit, sous la variante que l'on peut lire¹³. En voici une autre variante linguistique intéressante en *Éléments*, VII, *déf.* 22 :

Τέλειος ἀριθμός ἐστὶν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν.

Le nombre parfait est celui qui est égal à ses parties [= à la somme de ses parties].

10. La première occurrence se trouve dans *Éléme.*, I, 4 : Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη, κτλ., littéralement : « Si deux triangles ont les deux côtés égaux aux deux côtés, etc. » Il est question de la base quelques lignes plus loin. — Voir mon article « Sur l'opposition *défini/indéfini* dans la langue des mathématiques grecques », *LEC* 63 (1995), p. 249-293.

11. La première occurrence se trouve dans *Éléme.*, I, 6 : Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ᾦσιν, κτλ., littéralement : « Si les deux angles d'un triangle sont égaux entre eux, etc. » L'ecthèse de la proposition précise par des lettres qu'il s'agit des angles à la base.

12. Mais l'expression moderne « la somme de A et B » peut s'exprimer en grec par d'autres moyens, par exemple « A avec (μετά) B », etc.

13. J'étudierai ailleurs les diverses expressions linguistiques de la somme des grandeurs.

Dans les protases I, 17 et 20, il faut donc entendre « *la somme des angles est inférieure* » ou « *la somme des côtés est supérieure* ». Mais ma règle, qui est de précaution, est de traduire quand c'est possible les textes mathématiques littéralement, au prix d'un éventuel galimatias *mathématique* (mais pas linguistique), et d'assortir la traduction des notes appropriées ¹⁴.

2. Les autres occurrences en mathématiques

Les anaphores des protases *Élém.* I, 17 et 20 comportent forcément la mention d'angles ou de côtés dans un triangle plan. Il y en a deux occurrences chez Euclide, d'abord dans le diorisme du second type ¹⁵ d'*Élém.*, I, 22, ensuite dans la proposition *Data*, 42, qui est une anaphore du diorisme dont je viens de parler. Il n'y en a ni chez Archimède ni chez Apollonius. Le Pseudo-Héron en présente une occurrence, dans les *Geometrica*, 21, 30 (anaphore d'*Élém.*, I, 20) ¹⁶. On en retrouve chez Pappus, *Collection mathématique*, en V, 328, 21 (*idem*) ¹⁷ et chez Eutocius, *Commentaire aux Coniques d'Apollonius*, en 178, 13 et 15 (anaphore d'*Élém.*, I, 22 et I, 20). Pour finir, on peut encore signaler les citations de I, 17, 20 et 22 dans le commentaire de Proclus aux *Éléments*, *ad loc.* ¹⁸, et dans les *Definitiones* du Pseudo-Héron ¹⁹.

Les expressions non pas anaphoriques, mais analogiques des précédentes, se trouvent d'abord dans le Livre XI des *Éléments*, à propos

14. Le galimatias dont je parle est d'abord celui de l'élocution mathématique grecque elle-même, qui est une langue sténographique.

15. Celui qui exprime la condition de possibilité d'une construction dans un problème.

16. La traduction allemande d'Heiberg qui fait face à son édition du texte grec des *Geometrica* est la suivante : *In jedem Dreieck sind die zwei Seiten in jeder beliebigen Kombination größer als die übrige*. Je suppose que, par *Kombination*, Heiberg entend *Permutation*. Voyez plus bas le *locus* de *Geometrica*, 3, 25.

17. L'éditeur Hultsch du texte de la *Collection* de Pappus ne traduit pas, mais adopte le symbolisme moderne.

18. G. R. MORROW, *Proclus, A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, Princeton Univ. Press, 1970, traduit par *taken together*. — M. TIMPANARO CARDINI, *Proclo, Commento al I Libro degli Elementi di Euclide*, Giardini, Pisa 1978, traduit par *comunque presi/prese*. On voit ici et on verra plus loin que les Italiens ne traduisent jamais le préverbe.

19. Leipzig, 1912, p. 92, 21 ; Heiberg traduit derechef par *Kombination*, qui est sans doute ici l'équivalent de *Permutation*.

d'angles solides ²⁰ ou d'angles plans ²¹, puis chez Pappus, en VI, 474, 17, où il s'agit d'arcs de cercles.

Enfin, j'ai fait jusqu'ici comme s'il fallait seulement considérer le verbe μεταλαμβάνειν ou le substantif μετάληψις. Mais c'est insuffisant. Dans toutes les occurrences sans exception du verbe que j'ai mentionnées, et exactement comme dans le deuxième extrait de Jamblique cité au début, on rencontre le syntagme complet πάντη μεταλαμβάνεσθαι, « être permuté de toutes les façons », ce qui m'invite à répéter ce que je disais alors : le syntagme πάντη μεταλαμβάνεσθαι est une expression technique qui doit être répertoriée comme telle dans les dictionnaires, ce qui n'est pas encore le cas ²².

3. Une variante chez le Pseudo-Héron

J'ai gardé ce *locus* pour la fin, pour que mes explications n'en dépendent pas directement. En *Geometrica*, 3, 25, est citée la protase de la proposition *Élém.*, I, 20, où l'on trouve la variante suivante, créée très certainement à l'époque byzantine : πάντη μεταπαρηλλαγμένοι. La forme μεταπαρηλλαγμένοι est le participe parfait passif du verbe μεταπαράλλάσσω, relevé par le dictionnaire grec-anglais Liddell-Scott-Jones avec cette seule référence ²³. Le sens de ce verbe ne peut faire aucun doute ; il signifie « permuter » et est traduit correctement par l'éditeur Heiberg par *umtauschen*.

Les traductions en latin et dans les langues modernes

1. Les Modernes

Le sens que tous les traducteurs modernes que j'ai consultés attribuent au verbe μεταλαμβάνειν n'est donné par aucun dictionnaire du grec ancien, et, si je puis me fier aux sondages que j'ai pratiqués dans la littéra-

20. XI, 20, 28, 7 : Ἐὰν στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται, δύο ὁποιασοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι, « Si un angle solide est compris par trois angles plans, deux angles quelconques, *permutés de n'importe quelle manière*, sont plus grands que l'angle restant. »

21. XI, 22 : Ἐὰν ὡς τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι, κτλ., « Si l'on a trois angles plans, dont deux, *permutés de n'importe quelle manière*, sont plus grands que l'angle restant, etc. » — XI, 23 : Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι, κτλ., « De trois angles plans, dont deux, *permutés de n'importe quelle manière*, sont plus grands que l'angle restant, etc. »

22. Dans le *Dictionnaire* de Mugler, l'expression est démembrée en deux lemmes μεταλαμβάνειν et πάντη.

23. Mais, dans d'autres branches de la tradition manuscrite de ce passage, on trouve la forme euclidienne μεταλαμβανόμεναι.

ture non mathématique, n'est pas attesté dans l'Antiquité grecque. La traduction qu'ils adoptent est donc une invention *ad hoc*. En effet, si l'on met à part les Italiens (Enriques, Frajese-Maccioni) qui traduisent le verbe tout simplement par « prendre », en oubliant le préverbe²⁴, tout le monde comprend : « prendre ensemble », *tomar juntos*, *zusammennehmen*, *to take together*, *samennemen*²⁵. Même erreur dans la traduction du substantif de même racine *μετάληψις*, qu'Heiberg, chez Eutocius, rend en latin par *coniunctio* – tout comme il rend le verbe par *coniungere*.

On voit que l'erreur consiste à donner arbitrairement au préverbe *μετα-* le sens comitatif d'« avec », d'où « ensemble », ce qui n'est pas très fréquent, même dans la littérature générale, pour les verbes préfixés par *μετα-*²⁶. Comme préfixe, *μετα-* a le plus souvent le sens ordinal de « après » ou le sens dérivé de « à la place de » ; c'est tout particulièrement le cas pour des verbes comme *μειστώναι*, *μεταλλάττειν*, *μεταβάλλειν*, *μετατιθέναι* ou *μετακινεῖν*, qui sont proches par le sens de notre *μεταλαμβάνειν*. C'est ce dernier sens qu'il fallait prendre ici. D'aucuns ont dérivé l'idée de *somme* de la présence de ce préfixe²⁷. On voit qu'il n'en est rien : l'idée de *somme* se tire d'une expression stylistique (variante du tour sommatif « A et B » dont je parlais plus haut), où le sujet de la locution verbale qui veut dire « être supérieur/inférieur à » est accompagné du numéral δύο en *Élém.*, I, 17 et 20.

Il serait intéressant de savoir si l'erreur est née en un seul endroit ou en plusieurs, si elle est mono- ou polygénétique, pour parler comme les paléanthropologues, et par exemple si les écrivains de langue arabe l'avaient déjà faite. La résolution de ce petit point d'érudition serait d'un intérêt capital, à la fois pour la psychologie de la traduction des textes mathématiques et pour la question plus générale de la transmission des textes scientifiques. On aurait de quoi méditer sans fin sur la genèse des erreurs, le poids de la tradition et les méthodes de travail des traducteurs. En tout cas, les Grecs de l'époque impériale n'avaient pas perdu le vrai sens mathématique du mot, comme le prouve l'emploi du verbe et du

24. Ils ont un devancier dans la personne de Hultsch, l'éditeur de Pappus, qui traduit toujours par *quandocumque sumptae*.

25. En I, 17, Simon (p. 51) n'emploie pas de verbe, mais seulement l'adverbe *zusammen*, « ensemble », dont je ne sais s'il traduit *μεταλαμβάνειν* ou rend le pluriel sommatif. En I, 20, il écrit *irgend zwei Seiten zusammen*, « deux côtés quelconques ensemble », ce qui me laisse tout aussi perplexe.

26. Il y en a quelques-uns, comme *μεταλαμβάνειν*, qui, en dehors des mathématiques, peut avoir le sens de « prendre part à », *μετέχειν* « avoir part à », *μεταδιδόναι* « donner une part à », etc.

27. C'est ce que fait tacitement Mugler.

substantif chez Jamblique, dans un contexte certes mathématique, mais différent du modèle euclidien ²⁸.

2. Le Moyen Âge

Voici des indications sur les solutions adoptées par quelques auteurs médiévaux qui écrivaient en latin.

a. Pseudo-Boèce (anaphore d'*Élém.*, I, 17) ²⁹.

Omnium triangulorum duo anguli duobus rectis angulis sunt minores omnifariam sumpti.

Dans tous les triangles, deux angles pris de toutes les manières sont plus petits que deux angles droits.

Le préverbe *μετα-* n'est pas traduit, comme l'ont fait plus tard aussi Hultsch, Enriques ou Frajese-Maccioni.

b. Quelques traductions latines du Livre I des *Éléments* (éditions de H. L. L. Busard).

En I, 17, Adelard de Bath ³⁰ rend le syntagme complet (c'est-à-dire avec l'adverbe *πάντη*) par le seul *quilibet*, mais intercale le groupe *quocumque modo se habeat*, qui semble se rapporter au triangle ; pour I, 20, il traduit par *quelibet duo latera simul juncta*. Hermann de Carinthie ³¹ traduit le syntagme complet par les simples *quilibet/quelibet* et *queque*. Gérard de Crémone ³² rend l'occurrence de I, 17 par *qualescumque anguli sint*, et celle de I, 20 par *quecumque latera sint cum coniunguntur*. Quant à l'auteur anonyme d'une traduction faite sur le grec et pas sur l'arabe ³³, il adopte un néologisme curieux : *omnifariam*

28. Les Grecs de l'époque byzantine non plus, comme le montre l'extrait des *Geometrica* du Pseudo-Héron.

29. K. LACHMANN *et al.*, *Die Schriften der römischen Feldmesser*, vol. 1, Berlin, 1848, p. 383, l. 6-7. — Je dois cette référence à l'amabilité de mon collègue et ami J.-Y. Guillaumin, éditeur et interprète des mathématiques latines.

30. *The First Latin Translation of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard de Bath*, Toronto, 1983.

31. *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?)*, Leiden, 1968.

32. *The Latin Translation of the Arabic version of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Gerard of Cremona*, Leiden, 1984.

33. *The Mediaeval Latin Translation of Euclid's Elements Made Directly from the Greek*, Stuttgart, 1987.

transsumpti/transsumpta, où le préverbe *trans-* et les participes *sumpti/sumpta* sont des calques des deux éléments du verbe grec μεταλαμβάνειν ; je ne sais ce que l'auteur a dans l'esprit par ce calque, mais il est clair qu'il n'est pas ignorant du grec et que le préverbe *trans-* n'a pas le sens comitatif erroné inventé par les autres traducteurs, latins ou modernes. Enfin, par ce qu'on peut juger des premières traductions latines, faites sur l'arabe, il semble que les traducteurs arabes avaient eux aussi commis l'erreur classique, mais j'ignore si la tradition latine postérieure leur a emprunté la même erreur ou l'a réinventée pour son propre compte.

Une enquête étendue à d'autres auteurs latinisants du Moyen Âge ou de la Renaissance, aux auteurs de langue arabe ainsi qu'aux auteurs plus récents, traducteurs ou non, serait des plus utiles, car elle permettrait sans doute de fixer l'origine et l'histoire d'une erreur qu'on rencontre encore à l'époque la plus contemporaine.

Michel FEDERSPIEL
Centre de Recherches sur les Civilisations Antiques
Université Blaise-Pascal
Clermont-Ferrand