

LA NAISSANCE OUBLIÉE DU CONCEPT DE ZÉRO CHEZ JAMBLIQUE DE CHALCIS (III^e-IV^e S.)

Le 9 décembre 1946, dans un discours à l'université néerlandaise d'Utrecht sous le titre « 5000 ans de science internationale », Hans Freudenthal consacrait quelques mots à la question du zéro, traditionnellement considéré comme absent de la tradition grecque ; or il signalait chez le néoplatonicien Jamblique de Chalcis (env. 245-320) un texte où le calcul avec zéro tient une place remarquable, mais qui avait jusqu'alors totalement échappé aux historiens des mathématiques, ceux-ci admettant communément que les Grecs n'avaient pas connu un « vrai » zéro ¹.

Cette *opinio communis* repose sur une distinction entre deux types de zéro : d'une part, le *signe* qui sert à marquer une place décimale vide dans la numération positionnelle, parfois équivalent à un simple signe de ponctuation, notamment dans la dernière numération babylonienne (III^e s. av. J.-C.), où deux traits verticaux servent à distinguer par exemple 21 et 201 ² ; d'autre part, le *concept* arithmétique utilisé dans les opérations élémentaires, qui finit par acquérir le statut d'un nombre et dont le signe est un symbole : selon la formule de Florian Cajori, *despite the invention of the numeral zero, the Babylonians never invented the number zero (the number defined by, e.g., the equation $1+0 = 1$)* ³. S'agissant de la tradition grecque, l'idée qu'elle n'a pas connu un « vrai » zéro tient au fait que le seul connu, dans les textes astronomiques du début de notre ère, est du même type que le zéro babylonien ; le *nombre zéro*, quant à lui, apparaît à Byzance au XIII^e siècle, par l'intermédiaire de la tradition arabe (sous le nom $\tau\zeta\iota\phi\rho\alpha$, transcrit de l'arabe *šifr*, qui traduit lui-même l'indien *sūnya* « vide » ⁴) ; en outre, il y a une controverse concernant la forme du *symbole*

1. H. FREUDENTHAL, *5000 jaren internationale wetenschap*, Groningen, 1946, p. 9. Une traduction néerlandaise du texte de Jamblique est donnée en note complémentaire au discours (p. 24).

2. O. NEUGEBAUER, *Exact Sciences in Antiquity*, New York, 1957, p. 20.

3. F. CAJORI, *A History of Mathematics*, New York, 1893, 1991⁵, p. 3.

4. Voir P. KUNITZSCH, « The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered », dans J. P. HOGENDIJK - A. I. SABRA (éd.), *The Enterprise of Science in Islam. New Perspectives*, Cambridge - Londres, 2003, p. 3-21 : *šifr*, in *arithmetic*,

zéro des textes astronomiques, un petit cercle surmonté d'une barre horizontale⁵, dans lequel M. F. Woepke proposa en 1863 de voir l'abréviation du mot οὐδέν⁶ : il est suivi un siècle plus tard par H. Freudenthal, puis B. L. van der Waerden⁷, mais la plupart des historiens postérieurs mettent en doute cette interprétation⁸. Parmi ces historiens des sciences, à ma connaissance, seul Van der Waerden mentionne le discours de Freudenthal, quatre ans plus tard, et il se contente étonnamment de cette allusion lapidaire à Jamblique : *The Neo-Pythagorean Iamblichus also knew the Zero*⁹. Peut-être victime de la polémique sur l'*o* des textes astronomiques, le témoignage de Jamblique est retombé dans l'oubli d'où H. Freudenthal l'avait sorti : mis à part un article récemment consacré à la recherche du zéro chez Platon, qui commente brièvement Jamblique comme possible vestige d'une tradition platonicienne perdue¹⁰, l'ignorance du « vrai » zéro par les Grecs reste un lieu commun des ouvrages consacrés à l'histoire des nombres¹¹.

C'est pourquoi mon propos est d'établir toute l'importance du témoignage de Jamblique, en répondant à trois questions : quelles sont les racines philosophiques de ce concept grec du zéro et pourquoi est-ce précisément Jamblique qui l'a élaboré ? Qu'est-ce qui fait de son οὐδέν un concept indiscutablement arithmétique ? Dès lors, comment expliquer qu'il n'ait pas eu de suite dans la tradition grecque ?

indeed renders the Indian śūnya, indicating a decimal place of void of any of the nine numerals (p. 4) ; R. TATON, *La science antique et médiévale*, Paris, 1966², p. 548 ; P. TANNERY, « Le scholie du moine Néophytos sur les chiffres hindous », dans *Mémoires scientifiques*, t. IV, p. 20-26.

5. Voir A. JONES, *Astronomical papyri from Oxyrhynchus*, Philadelphie, 1999, p. 61 et s.

6. M. F. WÖPKE, « Mémoire sur la propagation des chiffres indiens », *Journal asiatique* 6.1 (1863), p. 27-529 (p. 466).

7. B. L. VAN DER WAERDEN, *Ontwakende Wetenschap*, 1950, trad. angl. *Science Awakening*, Groningen, 1954, p. 56.

8. Voir O. NEUGEBAUER, *op. cit.* (n. 2), p. 14 ; ASGER AABOE, *Episodes from the Early History of Mathematics*, Yale, 1964, p. 104 ; A. JONES, *loc. cit.* (n. 5).

9. B. L. VAN DER WAERDEN, *loc. cit.* (n. 7).

10. P. PESIC, « Plato and Zero », *Graduate Faculty Philosophy Journal* 25.2 (2004), p. 1-18. Le texte de Jamblique est brièvement commenté en traduction p. 13 et s., non sans contresens, comme on le verra, dans la perspective très particulière de l'auteur, qui voit dans le *Sophiste* l'origine du concept de zéro.

11. Par exemple R. KAPLAN, *The Nothing that Is ; a Natural History of Zero*, Oxford, 1999, trad. fr. *À propos de rien. Une histoire du zéro*, Paris, 2004, p. 21.

I. La gestation grecque du concept de zéro

Chez Jamblique, le concept de zéro est une élaboration spécifiquement arithmétique du substantif τὸ οὐδέν, « le rien ». Sa forme première est τὸ μηδέν, seule attestée aux V^e-IV^e siècles av. J.-C., avec de fortes connotations morales, puisqu'on la rencontre le plus souvent associée à l'adjectif κακός, « mauvais »¹², ou dans la locution εἶναι τὸ μηδέν, « être un homme de rien », dont les *Héraclides* soulignent le sens figuré par l'incise ὡς εἰπεῖν ἔπος, « pour ainsi dire »¹³. Précisons que la différence entre μηδέν et οὐδέν est la même qu'entre les négations simples μή et οὐ, la première pouvant être définie comme *subjective*, la seconde comme *objective*¹⁴. Cette nuance apparaît très clairement dans un fragment d'Euripide qui, après avoir déclaré qu'un homme mort n'est plus qu'ombre et terre, conclut par ces mots : τὸ μηδέν εἰς οὐδέν ῥέπει, « ce qui ne *valait rien* devient *réellement rien* »¹⁵.

De manière analogue, dans la conceptualisation grecque du zéro, le passage de τὸ μηδέν à τὸ οὐδέν constituera une étape significative. Avant Jamblique, en effet, τὸ μηδέν et τὸ οὐδέν ont plusieurs occurrences à caractère arithmétique, que les interprètes modernes ont parfois été tentés de traduire par « zéro ». Cependant, aucune d'elles n'offre encore un tel concept, pour les raisons que l'on va voir. La plus ancienne est aussi la plus éloignée de notre propos, puisqu'elle ouvre le dernier stasimon d'*Œdipe Roi*, où le chœur se lamente sur la condition humaine :

Ἰὼ γενεαὶ βροτῶν,
ὡς ὑμᾶς ἴσα καὶ τὸ μη-
δέν ζώσας ἐναριθμῶ¹⁶.

Hélas, générations des mortels,
comme je compte vos vies
à l'égal du *rien* !

12. Hérodote, VI, 137 : κακὴν καὶ τοῦ μηδενοῦς ἀξίην ; Euripide, *Iphigénie à Aulis*, 944 et s. : ἐγὼ κάκιστος [...] ἐγὼ τὸ μηδέν ; *Rhésus*, 818 et s. : τὸν Ἑκτορα τὸ μηδέν εἶναι καὶ κακὸν νομίζετε ; voir aussi Platon, *Sophiste*, 216 c 7 et s. : τοῖς μὲν δοκοῦσιν εἶναι τοῦ μηδενοῦς, τοῖς δ' ἄξιοι τοῦ παντός.

13. Sophocle, *Trachiniennes*, 1167 : καὶ τὸ μηδέν ᾧ ; *Ajax*, 1275 : τὸ μηδέν ὄντας ; Euripide, *Électre*, 370 : εἶδον ἄνδρα γενναίου πατρὸς τὸ μηδέν ὄντα, « J'ai vu le fils d'un père généreux être un homme de rien » ; *Héraclides*, 167 : τὸ μηδέν ὄντος, ὡς εἰπεῖν ἔπος.

14. Voir J. HUMBERT, *Syntaxe grecque*, Paris, Klincksieck, 1945, 1986³, p. 345.

15. In *Tragicorum Graecorum Fragmenta*, éd. Nauck, Leipzig, Teubner, 1889, p. 532.

16. Sophocle, *Œdipe Roi*, 1186 et s.

Les mots ἴσα καὶ τὸ μηδέν sont une locution adverbiale, dont le vers 1019 offre une variante intéressante dans la tournure ἐξ ἴσου τῷ μηδενί, c'est-à-dire « de manière égale au rien ». Sa particularité est d'être associée au verbe ἐναριθμεῖν, qui signifie littéralement « compter au nombre de ». Toute la question est de savoir dans quelle mesure ce sens figuré pourrait refléter ici un usage arithmétique du μηδέν ; il y a chez Sophocle d'autres passages à caractère arithmétique¹⁷, mais aucun ne mentionnant le μηδέν, il est difficile de voir dans son unique occurrence un concept analogue au zéro.

Sur ce point, la seconde occurrence est beaucoup plus claire. En effet, le passage de la *Physique* où Aristote réfute l'existence du vide montre précisément en quoi le *rien* n'est pas un concept arithmétique :

Τὸ δὲ κενὸν οὐδένα ἔχει λόγον ᾧ ὑπερέχεται ὑπὸ τοῦ σώματος, ὡσπερ οὐδὲ τὸ μηδὲν πρὸς ἀριθμὸν. Εἰ γὰρ τὰ τέτταρα τῶν τριῶν ὑπερέχει ἐνί, πλείονι δὲ τοῖν δυοῖν, καὶ ἔτι πλείονι τοῦ ἐνὸς ἢ τοῖν δυοῖν, τοῦ δὴ μηδενὸς οὐκ ἐτι ἔχει λόγον ᾧ ὑπερέχει· ἀνάγκη γὰρ τὸ ὑπερέχον διαιρεῖσθαι εἰς τε τὴν ὑπεροχὴν καὶ τὸ ὑπερεχόμενον, ὥστε ἔσται τὰ τέτταρα ὅσῳ τε ὑπερέχει καὶ οὐδέν¹⁸.

Le vide n'a aucun rapport par lequel il soit dépassé par le corps, de même que le rien envers un nombre. En effet, si 4 dépasse 3 d'un, 2 de davantage et 1 de plus encore que 2, il n'a plus de rapport par lequel il dépasse le rien ; en effet, il est nécessaire que ce qui dépasse se divise en la différence et ce qui est dépassé, si bien que 4 se diviserait en la différence et rien.

Selon Heath, ces lignes découleraient du principe formulé plus tard par Euclide, selon lequel « des grandeurs sont dites avoir un rapport l'une relativement à l'autre quand elles sont capables, étant multipliées, de se dépasser l'une l'autre »¹⁹ – en effet, précise Heath, *no multiple of zero can exceed 1 or any number*²⁰. Cette explication me semble doublement fautive, d'abord parce que la notion de multiplication est totalement absente du texte d'Aristote, ensuite parce que la multiplication du *rien* n'est pas attestée avant Jamblique, comme on le verra. En fait, c'est plutôt dans l'arithmétique pythagoricienne antérieure à Aristote qu'il faut chercher

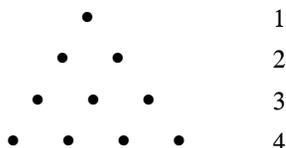
17. Notamment *Œdipe Roi*, 844 et s., où un berger affirme que ce sont *des* brigands qui ont tué Laïos ; Œdipe déclare alors : « S'il maintient ce *nombre* (ἀριθμὸν), alors ce n'est pas moi qui l'ai tué, car *un* (εἷς) ne saurait être *égal à plusieurs* (τοῖς πολλοῖς ἴσος). »

18. Aristote, *Physique*, 215 b 12-18.

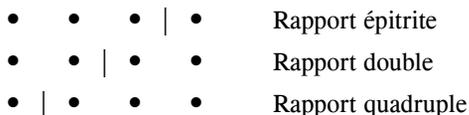
19. Euclide, *Éléments*, V, déf. 4 : Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν (trad. B. VITRAC, *Euclide. Les Éléments*, t. 2, Paris, PUF, 1994, p. 38). Je remercie Bernard Vitrac et Fabio Acerbi (n. 23), dont les conseils conjugués m'ont été précieux.

20. Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, Bristol, 1949, p. 117.

l'explication de ces lignes : peu avant ce parallèle entre le vide et le « rien », en 213b, Aristote avait évoqué la conception pythagoricienne du vide et, au premier chef ($\pi\rho\omega\tau\omicron\nu$), son rôle dans la nature discontinue des nombres, que l'arithmo-figuration pythagoricienne représente par des ensembles d'unités-points ; il s'était déjà explicitement référé à cette arithmo-figuration en 203a, dans le *locus pythagoricus* sur l' $\acute{\alpha}\pi\epsilon\iota\rho\nu$ et le pair, à propos des gnomons du carré. C'est pourquoi il n'y a aucun hasard dans l'illustration arithmétique choisie par Aristote. En effet, l'arithmo-figuration des quatre premiers nombres est le plus fameux symbole du pythagorisme, la Tétractys²¹ :



Dans cette suite arithmétique, 4 forme avec chaque terme un rapport particulier : c'est l'*épitríte* de 3, le *double* de 2 et le *quadruple* de 1 (Aristote a d'autant moins besoin de nommer ces rapports, connus de tous²², qu'il a mentionné juste avant le rapport double entre l'air et l'eau). De ce simple point de vue, les trois premiers ou cinq premiers nombres seraient tout aussi pertinents, mais l'exemple choisi par Aristote situe d'emblée son lecteur dans une tradition arithmétique précise et familière²³. En effet, contrairement à la définition V, 4 d'Euclide, l'arithmo-figuration pythagoricienne permet facilement de comprendre pourquoi le rapport entre 4 et les autres nombres est décrit comme une « division » entre « ce qui est dépassé » et « la différence » :



Dans ce type d'arithmo-figuration, s'il reste moins qu'une unité, il y a réellement « rien » :



Aristote souligne avec raison que ce « rien » n'a pas de rapport possible avec 4. C'est aussi le cas du zéro moderne avec les nombres, si bien que τὸ

21. Mentionnée dans les *Problèmes*, XV, 3, 910 b 23 – 911 a 4.

22. Cf. notamment Platon, *République*, 546 c 1 (cité par Aristote en *Politique*, 1316 a 6), ainsi que *Timée*, 36 a 6, 43 d 5, etc.

23. On lira avec profit les considérations de Fabio Acerbi sur le choix de 6 comme exemple arithmétique dans le *Théétète* (F. ACERBI, « A reference to Perfect Numbers in Plato's *Theaetetus* », *Archive for History of Exact Sciences* 59 [2005], p. 319-348).

μηδέν est souvent traduit ici par « zéro »²⁴. Pourtant, Aristote explique cette impossibilité par le fait que 4, divisible en 3 et 1 ou 2 et 2, n'est pas divisible en 4 et « rien » (comme le montre la figure ci-dessus) ; or cet argument n'a de sens que si le μηδέν ne possède justement pas les propriétés arithmétiques du zéro, en vertu desquelles 4 n'est pas moins égal à $4+0$ qu'à $3+1$ ou $2+2$. Impossible donc de traduire par « zéro » ce qui est clairement pour Aristote un concept non arithmétique, situé hors de la sphère des nombres.

Sur ce dernier point, l'occurrence suivante marque une évolution importante. Elle se trouve dans le traité pseudo-aristotélicien *De Melisso Xenophane Gorgia*, dont la datation très incertaine va jusqu'au I^{er} siècle de notre ère²⁵. À la suite du *Parménide*, le texte s'inscrit dans la discussion sur le mouvement de l'être et du non-être :

Κινεῖσθαι μὲν ἂν τὰ δύο ἢ πλείω ἑνός, ἡρεμεῖν δὲ καὶ ἀκίνητον εἶναι τὸ οὐδέν. τὸ δὲ ἔν οὔτε ἀτρεμεῖν οὔτε κινεῖσθαι· οὔτε γὰρ τῷ μὴ ὄντι οὔτε τοῖς πολλοῖς ὅμοιον εἶναι²⁶.

Le deux ou plus d'un se meut, tandis que le *rien* est en repos et immobile ; quant à l'*un*, il n'est ni inébranlable ni en mouvement, car il n'est semblable ni au non-être ni à la pluralité.

Le passage de τὸ μηδέν à τὸ οὐδέν²⁷ est révélateur d'une rupture par rapport à *Phys.*, 215 b : contrairement au μηδέν d'Aristote, exclu de la série des nombres, l'οὐδέν forme ici un semblant de suite arithmétique avec les termes τὸ ἓν et τὰ δύο ἢ πλείω ἑνός (en langage moderne : 1, 2, *n*). Est-il pour autant un concept arithmétique analogue au zéro ? La fin du passage montre que τὸ οὐδέν et τὰ δύο ἢ πλείω ἑνός sont des noms spécifiques du *non-être* et de la *pluralité* ; ils restent donc fondamentalement des concepts philosophiques, au sens où leurs propriétés arithmétiques ne sont pas envisagées, du moins pas explicitement. En effet, d'un point de vue arithmétique, que peut signifier l'immobilité de l'οὐδέν ou de l'un ? Le commentaire de Proclus au *Parménide* fait une analogie entre mouvement et multiplication, à propos de l'unité : « Elle est à la fois fixe (ἔστηκε) et en mouvement (κινεῖται), demeurant et procédant en même temps, sans jamais sortir d'elle-même (μηδέποτε αὐτῆς ἐξισταμένη)

24. H. CARTERON (1926), P. H. WICKSTEED - F. M. CORNFORD (1929), J. BARNES (1984), A. STEVENS (1999). À l'inverse, P. PELLEGRIN (2000) traduit par « le rien ».

25. *Status quaestionis* par B. CASSIN, *Si Parménide. Le traité anonyme De Melisso Xenophane Gorgia. Édition critique et commentaire*, Lille, 1980, p. 20 et s. (B. Cassin traduit avec raison τὸ οὐδέν par « le rien »).

26. Pseudo-Aristote, *De Melisso Xenophane Gorgia*, 977 b 15 et s.

27. Qui plaide à mon sens pour une datation tardive de ce texte (voir L. ROBIN, *La pensée grecque*, Paris, 1928, p. 99, qui penche pour le I^{er} siècle de notre ère).

quand elle est multipliée (ἐν τῷ πολλαπλασιάζεσθαι)²⁸. » Le pseudo-Aristote ferait-il allusion à la multiplication de l'οὐδέν ? Ce n'est pas impossible, mais elle n'est pas attestée avant Jamblique. Si l'on s'en tient au texte, rien ne permet d'affirmer que l'οὐδέν est ici un concept analogue au zéro, pourvu des mêmes propriétés opératoires.

Il en va autrement de la dernière occurrence qui nous intéresse, dans l'*Introduction arithmétique* du néopythagoricien Nicomaque de Gérase (I^{er}-II^e s.), où il est question d'ajouter l'οὐδέν :

Τὸ σημεῖον ἀρχὴ μὲν γραμμῆς καὶ διαστήματος, οὕτω δὲ γραμμὴ οὐδὲ διάστημα· ἀμέλει οὔτε σημείῳ σημείον συντεθὲν πλείον τι ποιεῖ, ἀδιάστατον γὰρ ἀδιαστάτῳ συντεθὲν διάστημα οὐχ ἕξει, ὡς περ εἴ τις τὸ οὐδὲν οὐδενὶ συντεθὲν σκέπτοιτο, οὐδὲν γὰρ ποιεῖ²⁹.

Le point est le principe de la ligne et de la dimension, sans être encore ni ligne ni dimension : de toute évidence, un point ajouté à un point ne fait rien de plus, car ce qui n'a pas de dimension, ajouté à ce qui n'en a pas non plus, n'en aura pas, *comme si l'on considérait le rien ajouté à rien : cela fait « rien »*.

Une note de la traduction anglaise signale dans ces lignes *the only reference to zero in the Introduction*³⁰. C'est loin d'être évident, car la comparaison qui clôt le texte trouve vraisemblablement son origine dans la critique zénonienne de la pluralité, selon laquelle le point n'est rien : il ne produit ni augmentation quand on l'ajoute, ni diminution quand on le retranche³¹ ; un parallèle est aussi possible avec *Phys.*, 215 b, où Aristote précise que la ligne ne dépasse pas plus le point que le nombre ne dépasse le μηδέν. Néanmoins, une chose est certaine : c'est bien dans la tradition issue de Nicomaque, deux siècles plus tard, que le concept arithmétique du zéro va apparaître.

En effet, la gestation grecque de ce concept est menée à terme dans le traité consacré par Jamblique à l'arithmétique pythagoricienne, très conventionnellement placé sous l'autorité de Nicomaque³². Pourquoi Jamblique ? La réponse se trouve chez le néoplatonicien postérieur Damascius (VI^e s.), dont le traité *Des premiers principes* s'interroge sur l'existence d'un principe ontologique antérieur à l'Un : « Peut-être marchons-nous dans le vide en tendant vers le rien lui-même (αὐτὸ τὸ

28. Proclus, *In Parmenidem*, éd. Cousin, p. 1084, 15-17.

29. Nicomaque, *Introductio arithmetica*, II, 6, 3, éd. Hoche, Leipzig, 1866, p. 84.

30. *Introduction to arithmetic*, trad. M. L. D'Oodge, New York, 1926, p. 120.

31. DK 29 A 21 (Simplicius, *In Physicam*, éd. Diels, p. 139, 2-3).

32. Jamblique, *In Nicomachi arithmetican introductionem*, éd. Pistelli, 1894, add. Klein, Stuttgart, 1975.

οὐδέν), car ce qui n'est pas même un (μηδὲ ἔν), cela n'est rien en toute justice : comment dire qu'il y a quelque chose au-delà de l'Un (τοῦ ἑνὸς ἐπέκεινα) ? »³³. Damascius nous apprend justement que Jamblique fut le premier à postuler avant l'Un un principe totalement inexprimable, ἄρρητος³⁴, adjectif employé en arithmétique pour qualifier ce qui n'est pas exprimable par un nombre, par exemple dans la *République* à propos de la diagonale du carré³⁵. Damascius décrit ce principe, qui n'est « pas même l'Un lui-même », comme ἄσχετον πρὸς πάντα, « libre de toute relation »³⁶ ; or Jamblique, qui se fonde sur la définition traditionnelle du rapport (λόγος) comme relation (σχέσις)³⁷, définit l'unité comme σχετική « relationnelle », parce qu'elle entre dans des rapports avec les nombres³⁸ ; à l'inverse, on l'a vu, le « rien » n'a pas de rapport possible avec les nombres ; il est donc ἄσχετος au sens même où l'unité est σχετική. C'est pourquoi, en définitive, il est cohérent que Jamblique ait été non seulement le premier à placer un principe ontologique avant l'Un, mais aussi le premier à élaborer ce concept arithmétique antérieur à l'unité. Nous allons maintenant voir de quelle manière.

II. La naissance du concept de zéro chez Jamblique

Pour élaborer le concept du zéro et en montrer la nécessité, Jamblique part d'un théorème énoncé en ces termes par Nicomaque :

Πᾶς ἀριθμὸς τῶν παρ' ἐκάτερα συντεθέντων ἅμα ἡμισύς ἐστι [...]. Μονωτάτη δὲ ἡ μονὰς διὰ τὸ μὴ ἔχειν ἐκατέρωθεν αὐτὴν δύο ἀριθμοὺς ἐνὸς μόνου τοῦ παρακειμένου ἡμισύ ἐστιν³⁹.

Tout nombre est la demi-somme des deux termes qui l'entourent [...]. Seule l'unité, parce qu'elle n'est pas entourée par deux nombres, est la moitié du seul nombre placé à côté d'elle.

Tout d'abord, Jamblique reprend cette affirmation comme preuve que l'unité ne fait pas partie des nombres, puisqu'elle est leur principe : « Le plus étonnant, qui est propre à l'unité et tient au fait qu'elle n'est pas encore un nombre, c'est que, entourée d'un seul côté et non des deux, elle

33. Damascius, *De principiis*, I, éd. Ruelle p. 5, 18 et s.

34. *Ibid.*, p. 86, 3-6. Voir J. DILLON, *Iamblichi Chalcidensis in Platonis dialogos commentatoriorum fragmenta*, Leiden, 1973, p. 29-33.

35. Platon, *République*, 546 c 5.

36. Damascius, *De principiis*, I, p. 9, 14 et s.

37. Euclide, V, déf. 3 : Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικιότητά ποια σχέσις. Jamblique, *In Nic.*, p. 98, 15-17 : [...] λόγος ὁ κατ' ἀναλογίαν [...] δυεῖν ὄρων ὁμογενῶν ἢ πρὸς ἀλλήλους ἐστὶ σχέσις.

38. Jamblique, *In Nic.*, p. 11, 23.

39. Nicomaque, *Intro. Arith.*, I, 8, 1-2, p. 14.

est la moitié de la seule dyade »⁴⁰ (rappelons que, pour les Grecs, un nombre est un $\pi\lambda\eta\theta\omicron\varsigma \mu\omicron\nu\acute{\alpha}\delta\omega\nu$, « une pluralité d'unités »⁴¹, c'est-à-dire un entier naturel supérieur à 1). Or Jamblique s'élève ensuite contre ceux qui veulent faire de la moitié une quantité *une* (ἐν ποσόν) consécutive à l'unité. Cette théorie trouve son origine dans une définition pythagoricienne de l'unité comme limite (μεθόριον) entre le nombre et les parties⁴², illustrée par le diagramme dit « lambdaïde » :

$$\begin{array}{ccc} & & 1 \\ & & / \quad \backslash \\ & 1/2 & 2 \\ & / \quad \backslash \\ & 1/3 & 3 \\ & / \quad \backslash \\ & 1/n & n \end{array}$$

Cette figure montre que l'unité est à la fois l'origine des nombres et celle des « parties » (en langage moderne, les fractions unitaires). Les deux branches du lambda, qui illustrent respectivement la division infinie de la grandeur ($\pi\eta\lambda\iota\kappa\acute{\omicron}\nu$) et l'accroissement infini de la quantité ($\pi\omicron\sigma\acute{\omicron}\nu$), constituent donc deux séries qui ne sauraient être confondues. Pourtant, selon Jamblique, certains forçaient la division de l'unité ($\beta\iota\alpha\zeta\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\omega\nu \mu\omicron\nu\acute{\alpha}\delta\alpha \delta\iota\alpha\iota\rho\epsilon\acute{\iota}\nu$) et prétendaient inclure ses parties dans la série des nombres, comme si le lambda formait une ligne centrée sur l'unité :

$$1/n \quad 1/3 \quad 1/2 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad n$$

C'est pourquoi Jamblique entreprend de démontrer que ce qui précède l'unité n'est pas la moitié, mais τὸ οὐδέν « le rien » :

Οἶόν τ' εἶναι παριστάνειν ἀναγκαῖον μᾶλλον αὐτῇ ἡμίσιους τὸ οὐδὲν ἐπὶ τὸ ἔλαττον παρατιθέναι, ὅπερ πολλαχοῦ ἀκόντων ἡμῶν φαίνεται ἐγκρίνον ἑαυτὸ τῇ τῆς θεωρίας φύσει καὶ ἐνθάδε μὲν ἐν τῶ τῶν ἑκατέρωθεν ἅμα ἡμίσειαν εἶναι καὶ τὴν μονάδα δὲ δὺδος καὶ τοῦ οὐδέεν, καθὰ καὶ οἱ λοιποὶ ἀριθμοὶ τῶν ἑκατέρωθεν ἕκαστος ἅμα ἡμισὺς ἐφαίνετο⁴³.

On peut soutenir la nécessité de placer le rien plutôt que la moitié à côté de l'unité vers le plus petit ; cela s'avère s'imposer dans plusieurs cas, malgré nous, par la nature même de l'étude, et ici d'abord, dans le fait que *l'unité est la demi-somme des deux termes qui l'entourent, la dyade et le rien*, de même que chaque nombre suivant s'avère aussi la demi-somme de ceux qui l'entourent.

40. Jamblique, *In Nic.*, p. 15, 18-21.

41. Cf. Aristote, *Métaphysique*, 1053 a 30 ; Euclide, *Éléments*, VII, déf. 2.

42. Jamblique, *In Nic.*, p. 11, 9-11 : τινὲς δὲ τῶν Πυθαγορείων « μονάς ἐστιν » εἶπον « ἀριθμοῦ καὶ μορίων μεθόριον », « Certains pythagoriciens disaient : "l'unité est la limite du nombre et des parties" ».

43. Jamblique, *In Nic.*, p. 16, 4-11.

Cette affirmation de la « nécessité » de l'οὐδέν, qui « s'impose de lui-même », est vraisemblablement un souvenir de *République*, 526 a-b, où Platon, après avoir évoqué l'indivisibilité de l'unité arithmétique, constate que l'étude de l'arithmétique et de l'unité est nécessaire (ἀναγκαῖον) et exerce cette nécessité sur l'âme (προσαναγκάζον τὴν ψυχὴν). D'un point de vue argumentatif, une telle référence n'est pas anodine, puisque Jamblique inscrit sa défense de l'οὐδέν dans le cadre de la polémique contre ceux qui divisent l'unité ; l'emploi du verbe παριστάνειν, « soutenir, affirmer », dont c'est la seule occurrence connue chez Jamblique, a lui aussi une forte valeur argumentative⁴⁴, et la formule οἶόν τ' εἶναι παριστάνειν ἀναγκαῖον, « il est possible de soutenir qu'il est nécessaire », particulièrement lourde, montre que Jamblique a conscience d'aborder un sujet difficile. Rien d'étonnant donc à ce qu'il développe son argumentation sur plusieurs pages, en fondant l'essentiel de sa réflexion sur un exemple arithmétique typiquement pythagoricien.

1. Le « rien » comme signe d'absence d'unités

Après avoir soutenu que l'unité est la demi-somme de l'οὐδέν et de 2, Jamblique raisonne sur la suite des neuf premiers nombres, à travers l'image pythagoricienne de la balance⁴⁵ :

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Tel le fléau d'une balance, 5 est le point d'équilibre des neuf premiers nombres, c'est-à-dire la moyenne arithmétique des couples qui l'entourent symétriquement : 1-9, 2-8, 3-7 et 4-6 ; au sein de chaque couple, la différence se réduit progressivement jusqu'au couple 5-5, dont Jamblique souligne qu'il diffère de l'οὐδέν. C'est alors qu'il fait une remarque capitale :

Καὶ μία μὲν ἔμφασις ἦδε τοῦ οὐδέν ὅτι χρήσιμον ἐν τῇ θεωρίᾳ, καὶ ἄλλη δὲ εὐθὺς ἀναφαίνεται. [...] Ὅμοκατάληκτα φύσει εἶναι τὰ συζύγως ἐκατέρωθεν αὐτοῦ [...] τὸ μὲν ἐνάκι ε' τῷ ἅπαξ ε', τὸ δὲ ἐνάκι ζ' τῷ ἅπαξ δ', τὸ δὲ ἐνάκι ζ' τῷ ἅπαξ γ', τὸ δὲ ἐνάκι ὀκτώ τῷ ἅπαξ δύο. Καὶ πάλιν τὸ ὀκτάκις ζ' τῷ δις γ' καὶ τὸ ὀκτάκις ζ' τῷ δις δ' καὶ τὸ ἐπτάκις ζ' τῷ τρις δ', καὶ ἄλλως τὸ μὲν ἑξάκι ε' τῷ τετρακι ε', εἰ καὶ μὴ τῷ ὀνόματι ἀλλά γε τῇ δυνάμει⁴⁶.

44. Cf. Philon, *De Cherubim*, 3, 14 : τί δὲ βούλεται διὰ τούτων παριστάνειν, ἐρμηνεύσομεν, « Quant à ce qu'il veut affirmer par ces mots, c'est ce que nous allons expliquer » ; Origène, *Contra Celsum*, I, 31, 18 : παριστάνειν ὅτι οὗτος εἶη ὁ προφητευθεῖς, « affirmer que c'est Lui qu'annonciaient les prophètes ».

45. Jamblique, *In Nic.*, p. 17, 3-11.

46. *Ibid.*, p. 17, 12-26.

C'est une première illustration de l'utilité du *rien* pour notre étude, mais en voici tout de suite une autre. [...] Les couples qui entourent 5 finissent par nature d'une même façon : neuf fois 5 et une fois 5, neuf fois 6 et une fois 4, neuf fois 7 et une fois 3, neuf fois 8 et une fois 2 ; ou encore huit fois 7 et deux fois 3, huit fois 6 et deux fois 4, sept fois 6 et trois fois 4 ; *ou autrement, six fois 5 et quatre fois 5, même si ce n'est pas par leur nom, mais par leur δύναις.*

Si l'on multiplie entre eux deux couples dont 5 est la moyenne arithmétique, le grand terme par le grand terme et le petit par le petit, les deux produits sont toujours ὁμοκατάληκτα. Dans la majorité des cas, que l'on utilise les chiffres arabes ou les lettres grecques, c'est-à-dire la numération positionnelle ou non, ils se terminent par une même unité :

$$\begin{array}{ll} 9.8 = 7\underline{2} \text{ (οβ')} & 1.2 = \underline{2} \text{ (β')} \\ 8.7 = 5\underline{6} \text{ (νς')} & \text{finit comme} \quad 2.3 = \underline{6} \text{ (ς')} \\ 7.6 = 4\underline{2} \text{ (μβ')} & 3.4 = \underline{12} \text{ (ιβ')} \end{array}$$

Le second cas, introduit par καὶ ἄλλως, est très différent, puisque les produits sont des dizaines sans unités. Avec la numération positionnelle et le zéro, on voit bien qu'ils se terminent de la même manière :

$$6.5 = 3\underline{0} \quad \text{finit comme} \quad 4.5 = 2\underline{0}$$

En revanche, avec la numération grecque, non positionnelle, on a seulement les lettres qui correspondent aux dizaines :

$$\lambda \qquad \qquad \qquad \kappa$$

Or, selon Jamblique, ces deux nombres sont ὁμοκατάληκτα et témoignent de l'utilité de l'οὐδέν. Sachant que le concept philosophique du *rien* est associé à celui du *vide*, comme on l'a vu en *Phys.*, 215 b, il est manifeste que Jamblique voit l'οὐδέν dans le vide qui suit les dizaines :

$$\lambda _ \quad \text{finit comme} \quad \kappa _$$

La fin du passage apporte une précision importante : ces nombres finissent de la même manière par leur δύναις, ce qui est explicité un peu plus loin, à propos des parties du nombre parement pair, par l'incise τουτέστιν αὶ μονάδες, « c'est-à-dire les unités »⁴⁷ : il s'agit de la valeur numérique. Par conséquent, comme l'*o* des papyri astronomiques, l'οὐδέν est ici une place décimale vide : l'absence d'unités à côté des dizaines λ_ et κ_.

47. *Ibid.*, p. 21, 7 et s.

2. Addition et soustraction du « rien »

Jamblique ne se contente pas de constater le vide qui suit les dizaines, mais fait de l'οὐδέν un concept arithmétique opératoire, en l'utilisant dans les opérations élémentaires. En effet, son étude des neuf premiers nombres montre comment rétablir l'équilibre entre les deux côtés de la balance, où le couple 1-9 constitue l'injustice la plus grande :

Ἄπο τοῦ οὐδέν ἐννέα τὸν ἀπ' αὐτοῦ πέμπτου λαβόντες τῷ α' δώσομεν, καὶ ἰσωθήσονται ὁ πλείστον ἀδικήσας καὶ ὁ πλείστον ἀδικηθείς· πέμπτου δὲ ἀπὸ τοῦ θ' τὰ τέσσαρα· ἔστι γὰρ ἡ ζ' ζ' ε' δ'. Πάλιν ἀπὸ τοῦ ἡ προσθήσομεν τῷ δύο ἀφελόντες γ' ἀπὸ τοῦ ἡ πέμπτου γὰρ τὰ γ'. [...] Ἄπο δὲ τοῦ πέντε ἀφελόντες οὐδέν (τὸ ἀπ' αὐτοῦ πέμπτου γὰρ τὸ οὐδέν), προσθήσομεν αὐτῷ, καὶ ἔσται ἕαυτῷ ἴσος⁴⁸.

Ayant pris à neuf le cinquième terme à partir de lui, nous le donnerons à 1, et il y aura égalité entre le nombre qui commettait cette injustice extrême et celui qui la subissait ; or, le cinquième terme à partir de 9 est 4 (on a 8, 7, 6, 5, 4). De même, ayant ôté 3 à 8, nous l'ajouterons à 2 (le cinquième terme à partir de 8 est 3). [...] *Ayant ôté rien à cinq (à partir de lui le cinquième terme est le rien), nous le lui ajouterons et il sera égal à lui-même.*

Ces lignes ont un hypertexte philosophique dans la critique zénonienne de la pluralité, dont nous avons déjà parlé à propos de Nicomaque. Les arguments de Zénon sont cités par la *Physique* d'Eudème, disciple d'Aristote dont Simplicius nous a transmis ce fragment :

Ἐὰν γὰρ μήτε προστιθέμενον ἀύξει μήτε ἀφαιρούμενον μειοῖ, οὐκ ᾔετο τῶν ὄντων εἶναι. [...] Εἰ δὲ ἀπογινομένου τὸ ἕτερον μηδὲν ἔλαττον ἐστί, μηδὲ αὐτὸ προσγινομένου ἀύξήσεται, δῆλον ὅτι τὸ προσγεγνόμενον οὐδέν ἦν οὐδὲ τὸ ἀπογεγνόμενον⁴⁹.

Ce dont l'addition n'accroît pas et dont la soustraction ne diminue pas, il pensait que cela ne faisait pas partie des êtres. [...] Si une fois ôté, l'autre n'est pas plus petit, ni à l'inverse plus grand une fois ajouté, il est évident que ce que l'on a ajouté et ôté n'était rien.

Ce qui est tout à fait nouveau chez Jamblique, c'est qu'il considère non seulement la soustraction et l'addition de 4, 3, 2 et 1, mais aussi celle de l'οὐδέν : 5 moins le *rien* est égal à 5 plus le *rien* ($5-0 = 5+0 = 5$). C'est une avancée décisive par rapport à Aristote, selon qui 4 est égal à 3+1 ou 2+2, mais pas à 4 et *rien* ; pour Jamblique, au contraire, si 9 est égal à 5+4, 8 à 5+3, etc., il n'est pas moins légitime de dire que 5 est égal à 5 plus le *rien*.

48. *Ibid.*, p. 18, 10-21.

49. Zénon, DK 29 A 21.

3. Un nouveau terme dans la série des nombres ?

Jamblique contestait que la moitié soit la quantité antérieure à l'unité. Or, ce qu'il refuse à la moitié, il semble près de l'accorder à l'οὐδέν : dire que le *rien* est en cinquième position à partir de 5, tout comme 4 l'est à partir de 9, 3 à partir de 8, etc., c'est l'insérer au début de la série des nombres, à la place qui sera celle de notre nombre zéro (ce qui était inconcevable dans l'arithmo-figuration pythagoricienne, comme on l'a vu en *Phys.*, 215 b) :

	•	•	•	•	•	•	•	•	•
τὸ οὐδέν	α'	β'	γ'	δ'	ε'	ς'	ζ'	η'	θ'
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

En conséquence, Jamblique poursuit son raisonnement en désignant l'οὐδέν comme le concept arithmétique antérieur à l'unité :

Οὕτως τὸ νοούμενον ἔλαττον μονάδος ἀδιαίρετον οὔσης, τὸ οὐδέν, πανταχοῦ σώζει πρὸς τὴν μονάδα τὴν ἀναλογίαν, μᾶλλον ἢ ὅπερ ἐκεῖνοι ἐνόμιζον ἡμισυ, καὶ γέγονεν ἡ μονὰς καὶ αὐτὴ τῶν παρ' ἐκάτερα συντεθέντων ἡμίσεια τοῦ γὰρ δύο καὶ τοῦ οὐδέν ἡμισυ τὸ ἔν⁵⁰.

Ainsi *ce que l'on conçoit comme plus petit que l'unité, qui est indivisible, le rien*, préserve partout la proportion avec l'unité (mieux que la moitié voulue par ceux dont on a parlé), et l'unité s'avère elle aussi la demi-somme des termes qui l'entourent : *1 est la moitié de 2 et du rien*.

Dans l'argumentation en faveur de la nécessité arithmétique de l'οὐδέν, dont on a vu qu'il n'a aucun rapport *géométrique* possible avec les nombres (ni multiple, ni épimore), il n'est pas anodin d'affirmer qu'il « préserve la proportion », même s'il ne s'agit évidemment que de proportion *arithmétique*, à propos de laquelle, dans la section qu'il consacre aux médiétés, Jamblique reformule le théorème de Nicomaque : « Le propre de cette médiété (μεσότης) est que le moyen terme est le sous-double (ὑποδιπλάσιον) des deux extrêmes »⁵¹. Bien sûr, même si Jamblique affirme que l'οὐδέν est un concept antérieur à l'unité, et qu'il peut entrer dans une proportion arithmétique, il ne le considère pas pour autant comme un nombre, puisque l'unité elle-même n'en est pas un⁵² ; il voit même dans l'οὐδέν la preuve que l'unité est par nature ce qu'il existe de plus petit,

50. Jamblique, *In Nic.*, p. 18, 21-26.

51. *Ibid.*, p. 102, 12-14.

52. Les conclusions de P. PESIC, *art. cit.* (n. 10), méconnaissent les principes mêmes de l'arithmétique grecque : *He certainly regards zero, one and two as numbers* (p. 13).

c'est-à-dire ce qu'il appelle au début du traité ποσοῦ τὸ ἐλάχιστον « la quantité minimale »⁵³ :

Αὐτὸ μέντοι τὸ τοῦ οὐδὲν ὄνομα ἐμφαντικώτατα ἡμῖν σημαίνει φύσει ἐλάχιστον εἶναι καὶ ἄτομον τὴν μονάδα· τὸ γὰρ οὐδὲν ἐν διαιρέσει στερίσκει πάσης οὐσίας, ὅπερ οὐκ ἂν ἐνοεῖτο εἰ τὸ ἥμισυ ὑπῆρχεν ἢ τρίτον ἢ τὰ ὅμοια αὐτῆς μέρη⁵⁴.

Le mot οὐδὲν lui-même nous indique très clairement que l'unité est ce qu'il y a de plus petit et qu'elle est insécable : quand on le divise, il prive de toute existence, ce que l'on ne concevrait pas si la moitié, le tiers ou les parties semblables de l'unité existaient.

La διαίρεσις de l'οὐδὲν mentionnée ici n'a rien à voir avec la division arithmétique du zéro⁵⁵ ; il s'agit simplement de décomposer le mot grec en ses éléments lexicaux οὐδ', « pas même », et ἔν, « un » : comme le redira Damascius, « ce qui n'est pas même un (μηδὲ ἔν) n'est rien (οὐδὲν) »⁵⁶ ; or, si les parties de l'unité existaient, ce « rien » serait encore quelque chose, ce qui est absurde. C'est pourquoi, conformément à la doctrine pythagoricienne selon laquelle l'unité est une οὐσία⁵⁷, Jamblique dit que l'οὐδ-ἐν est la privation de toute existence : c'est seulement un *concept* (νοούμενον) antérieur à l'unité, laquelle reste ce qu'il *existe par nature* (φύσει εἶναι) de plus petit⁵⁸.

4. Multiplication du « rien »

Alors que certains pythagoriciens, comme on l'a vu⁵⁹, définissent l'unité comme « la limite (μεθόριον) entre le nombre et les parties », Jamblique entend montrer qu'elle est la limite entre le nombre et l'οὐδὲν :

Τί γὰρ δεῖ προσεπιπλέκειν ὅτι ἡ μονὰς πολυπλασιάσασα ἀριθμὸν ὀντινοῦν αὐτοῦ ἐκείνου οὐκ ἐκβαίνει, ὅποτε καὶ ἑαυτῇ τοῦτο ποιήσασα ἑαυτῆς οὐκ ἐξίσταται, ὡς ἂν μεθόριον τοῦ τε ἀπλῶς ἀριθμοῦ καὶ τοῦ οὐδὲν πεφυκῦια; Ὁ μὲν γὰρ εἴτε ἑαυτὸν εἴτε ἄλλον λάβοι ἐν οὐδτετέρῳ τὸν λόγον ἴστησιν, ἀλλὰ πάντως τρίτον τινὰ ἀπογεννᾷ· τὸ δὲ οὐδὲν εἴτε ἑαυτὸ εἴτε ἄλλο δόξειε

53. Jamblique, *In Nic.*, p. 11, 1.

54. *Ibid.*, p. 18, 26 – 19, 2.

55. Contresens de P. PESIC, *loc. cit.* (n. 52) : *He goes on to note that, unlike the unit that can define fractions like the half, there are no such fractions of zero.*

56. Damascius, *De principiis*, I, p. 5, 18 et s.

57. Voir Alexandre d'Aphrodise, *In analyt. prior.*, éd. Wallies, p. 86, 3 et s.

58. Les *Théologoumènes arithmétiques* du Pseudo-Jamblique utilisent la même distinction pour affirmer que le *nombre naturel* (ἀριθμὸς φυσικός) s'arrête à dix et que l'on peut seulement *concevoir* (ἐπινοεῖσθαι) les nombres suivants par un retour à dix : $100 = 10.10$, $1000 = 10.100$, etc. (éd. De Falco, p. 80, 10 et s.). L'originalité de Jamblique, c'est d'utiliser cette distinction pour ajouter un terme au début de la série des nombres.

59. *Supra*, n. 42.

πολυπλασιάζειν αὐτοῦ οὐδέποτε ἐκβήσεται·
οὐδενάκι γὰρ οὐδὲν καὶ οὐδενάκι θ' οὐδέεν⁶⁰.

Faut-il préciser que, quand l'unité multiplie un nombre quelconque, elle ne sort pas de lui, vu qu'elle ne s'écarte pas non plus d'elle-même quand elle se multiplie, étant la limite naturelle entre le nombre au sens strict⁶¹ et le rien ? Le nombre, qu'il opère avec lui-même ou un autre, ne laisse le résultat en aucun des deux, mais engendre toujours un troisième ; *rien, qu'il semble multiplier lui-même ou un autre, ne s'écartera jamais de lui-même* : rien fois rien et rien fois 9 donnent rien.

La conceptualisation de l'οὐδέεν culmine ici dans l'adverbe οὐδενάκι, dont on ne connaît pas d'autre occurrence. Le suffixe -άκι(ς) exprime couramment un produit, en particulier dans les adverbes numériques à partir de 4, que Jamblique a utilisés peu avant⁶² :

- 9 - ἔνακι « neuf fois »
- 8 - ὀκτάκι « huit fois »
- 7 - ἑπτάκι « sept fois »
- 6 - ἑξάκι « six fois »
- 5 - πεντάκι « cinq fois »
- 4 - τετράκι « quatre fois »
- [...]
- 0 - οὐδενάκι « zéro fois »

Selon toute vraisemblance, nous avons là un néologisme de Jamblique. En effet, le *Parménide* 143 e affirme que, s'il y a 2, il y a nécessairement « deux fois », s'il y a 3, nécessairement « trois fois », etc. ; puisque Jamblique est le premier à faire de l'οὐδέεν un concept arithmétique pourvu des propriétés opératoires des nombres, il est cohérent qu'il ait aussi créé l'adverbe οὐδενάκι. Néanmoins, la modalisation apportée par le verbe δοκεῖν est nécessaire, car, selon la définition euclidienne de la multiplication, « un nombre est dit multiplier un nombre quand, autant il y a d'unités en lui, autant de fois le multiplié est ajouté à lui-même »⁶³ ; l'οὐδέεν ne contenant aucune unité, on ne peut parler de multiplication que de manière impropre : cette utilisation du verbe δοκεῖν pour l'οὐδέεν est

60. Jamblique, *In Nic.*, p. 19, 5-13.

61. Voir Aristote, *Physique*, 220 a 26 : Ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὁ μὲν ἀπλῶς ἐστὶν ἡ δυάς, « Le plus petit nombre, au sens strict, c'est deux ».

62. Voir p. 17, 17-25. Les trois premiers adverbes numériques sont ἅπαξ, « une fois », δῖς, « deux fois », τρίς, « trois fois ». On peut aussi multiplier ἰσάκις, « un nombre de fois égal », ἀρτιάκις, « un nombre de fois pair », περισάκις, « un nombre de fois impair », etc.

63. Euclide, *Éléments*, VII, déf. 16 : Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῆ ὁ πολλαπλασιαζόμενος [...] (trad. B. VITRAC, *op. cit.* [n. 19], p. 259).

analogue à la conception platonicienne du point comme γεωμετρικὸν δόγμα « fiction géométrique »⁶⁴.

Pourtant, malgré l'audace conceptuelle que représente la multiplication de l'οὐδέν, la force du propos de Jamblique est que son argumentation reste typiquement néopythagoricienne. En effet, il a déterminé la place de l'οὐδέν parmi les neuf premiers nombres à travers l'image pythagoricienne de la balance, et présente les propriétés multiplicatives de l'unité ($1.1 = 1 \neq 1.n$) comme un moyen terme entre celles du nombre ($n.n \neq n \neq n.m$) et celles de l'οὐδέν ($0.0 = 0 = 0.n$)⁶⁵; or un fragment de Nicomaque utilise le même type de raisonnement pour le nombre 2, défini comme μεταίχιμιον πλήθους καὶ μονάδος, « limite entre la pluralité et l'unité »⁶⁶, parce que son carré est égal à son addition ($2.2 = 2+2$), alors que le carré de 1 est inférieur à son addition ($1.1 < 1+1$) et le carré de 3 supérieur ($3.3 > 3+3$); le même raisonnement est aussi utilisé par les *Théologoumènes arithmétiques*, non seulement pour 2, μεταίχιμιον de 1 et 3⁶⁷, mais aussi pour 3, intermédiaire entre 2 et 4 (μετάξυ ἀμφοῖν)⁶⁸, parce qu'il est égal à la somme des nombres qui le précèdent ($3 = 1+2$), alors que 2 est supérieur ($2 > 1$) et 4 inférieur ($4 < 1+2+3$). Par conséquent, d'un point de vue néopythagoricien, le fait que les propriétés multiplicatives de l'unité réunissent celles de l'οὐδέν et celles du nombre est une preuve qu'elle est ἀμφοῖν μ ἑ σ η, « moyen terme des deux »⁶⁹. Une fois de plus, il y a un parallèle étroit avec le système ontologique de Jamblique, qui considérait aussi le principe de l'Un comme *moyen terme* (μέση) entre le principe totalement ineffable (τῆς ἀρρήτου παντελῶς) et la dyade (τῶν δυεῖν) de la Limite et de l'Illimité⁷⁰. Paradoxalement, cette cohérence dans l'analogie entre arithmétique néopythagoricienne et ontologie néoplatonicienne explique en grande partie la disparition presque immédiate du concept de zéro.

III. L'avortement provoqué du zéro de Jamblique

Les innovations de Jamblique, arithmétique aussi bien qu'ontologique, subiront un sort identique : le principe qu'il postule avant l'Un sera rejeté

64. Aristote, *Métaphysique*, 992 a 21.

65. Cf. l'extrait du *De Melisso Xenophane* vu dans la première partie : l'οὐδέν est immobile, le δύο ἢ πλείω ἑνός est en mouvement, l'Un n'est ni immobile ni en mouvement.

66. Dans le fragment conservé par Photius, *Bibliothèque*, 143 a.

67. Ps-Jamblique, *Théol. arithm.*, p. 10, 10 et s.

68. Association de μεθόριον et ἀμφοῖν μεταξύ chez Platon, *Lois* 878 b.

69. Jamblique, *In Nic.*, p. 19, 15.

70. Damascius, *De principiis*, I, p. 101, 21, reformulé en 103, 6 et s.

par la plupart des néoplatoniciens postérieurs ⁷¹, à commencer par Proclus, et ses efforts pour concilier le concept arithmétique de l'οὐδέν avec l'orthodoxie pythagoricienne seront considérés comme l'affirmation qu'il y a un nombre avant l'unité. À ce sujet, il est significatif que le commentaire de Proclus au *Parménide*, comme on l'a vu, dise que, dans la multiplication, l'unité ne sort jamais d'elle-même (μηδέποτε αὐτῆς ἐξισταμένη) : revenant ainsi à ce qu'avait affirmé Théon de Smyrne ⁷², Proclus rend à l'unité ce que Jamblique avait logiquement donné à l'οὐδέν, puisque c'est bien lui qui ne sort jamais de lui-même (οὐδέποτε ἐκβήσεται) dans la multiplication, tandis que l'unité sort d'elle-même si elle multiplie un nombre. Si l'on ajoute à cela que Proclus, selon le récit de Marinus, pensait que l'âme de Nicomaque revivait en lui ⁷³, et qu'il a peut-être même écrit lui-même un commentaire de l'*Introduction arithmétique* ⁷⁴, on ne sera pas surpris que lui et ses successeurs aient défendu l'orthodoxie nicomaquéenne. En effet, à la lumière du texte de Jamblique, des *loci paralleli* attestent que le néoplatonisme postérieur, en particulier celui issu de Proclus, a délibérément étouffé les arguments en faveur du concept arithmétique de l'οὐδέν.

Ces *loci* reprennent respectivement les deux points sur lesquels Jamblique se fonde successivement : le théorème de Nicomaque selon lequel tout nombre est la demi-somme des deux qui l'entourent, puis l'image pythagoricienne de la balance appliquée à la série des neuf premiers nombres. En fait, le premier parallèle se trouve même dans deux commentaires à l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque : celui d'Asclépius de Tralles et celui de Jean Philopon. Tous deux étaient disciples d'Ammonius d'Alexandrie, lui-même élève de Proclus dans l'école néoplatonicienne d'Athènes ⁷⁵. Asclépius et Philopon font l'éloge de Nicomaque et martèlent qu'il n'y a pas de nombre avant l'unité :

Ἀναγκαστικῶς πάννυ καὶ θεῖως βούλεται δεῖξαι ὅτι φύσει ἀρχὴ ἐστὶν ἢ μονὰς τῶν ἀριθμῶν· λέγει γὰρ οὕτω· πᾶς ἀριθμὸς τῶν παρ' ἑκάτερα ἄμα συντεθέντων ἡμισύς ἐστίν. [...] Ἐπὶ μέντοι τῆς μονάδος οὐκ ἐτί τοῦτο, ἀλλὰ τοῦ μὲν μετ' αὐτὴν ἀριθμοῦ, ὃ ἐστὶ τοῦ β, ἡμισυ γίνεται.

71. *Ibid.*, p. 86, 6 et s.

72. Théon de Smyrne, *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem uilium*, éd. Hiller, p. 100, 2 et s. : μηδεπόποτε τῆς αὐτῆς ἐξισταμένη φύσεως κατὰ τὸν πολλαπλασιασμόν.

73. Marinus, *Vita Procli*, éd. Boissonade, 28.

74. Voir P. TANNERY, *Mémoires scientifiques*, t. II, Paris, 1912, p. 304 et s.

75. Ils auraient chacun de leur côté publié les notes d'un cours d'Ammonius sur Nicomaque. Voir L. G. WESTERINK, « Deux commentaires sur Nicomaque : Asclépius et Jean Philopon », *Revue des Études Grecques* 77 (1964), p. 526-535 ; Asclepius de Tralles, *Commentary to Nicomachus' Introduction to Arithmetic*, éd. Taran, American Philosophical Society, Philadelphie, 1969, p. 5-14.

οὐδένα δὲ ἔχει πρὸ αὐτῆς ἵνα ἐκ τῆς ἑκατέρων συνθέσεως γένηται ἡμίσεια· ὥστε δέδεικται ὡς οὐδένα ἀριθμὸν ἔχει πρὸ αὐτῆς, ἀλλὰ φύσει ἀρχὴ ἐστὶν ἡ μονάς⁷⁶.

Il veut démontrer, de manière tout à fait nécessaire et divine, que l'unité est par nature le principe des nombres ; il dit en effet : « tout nombre est la demi-somme des deux qui l'entourent. » [...] Pour l'unité, toutefois, ce n'est plus le cas : elle est la moitié du nombre qui la suit, c'est-à-dire 2, mais *n'en a aucun avant elle* pour être la demi-somme de ceux qui l'entourent ; par conséquent, il est démontré que l'unité *n'a pas de nombre avant elle*, mais est principe par nature.

Face à Jamblique, qui soutient la « nécessité » de l'οὐδέν, Asclépius ouvre sa défense de l'orthodoxie nicomaquéenne sur les adverbes ἀναγκαστικῶς et θείως. Tandis que le premier se veut visiblement une réponse à l'ἀναγκαῖον de Jamblique, le second donne au débat une dimension théologique, à la suite de Nicomaque, qui associe l'unité arithmétique à Dieu⁷⁷ ; toutefois, cela ne masque pas la faiblesse de l'argumentation, puisque dans le raisonnement consécutif d'Asclépius, la proposition « il n'y a pas de nombre avant l'unité » sert à la fois de postulat et de conclusion.

Le second parallèle se trouve dans les *Théologoumènes* qui, tout comme Jamblique, étudient les neuf premiers nombres à travers l'image pythagoricienne de la balance. Leur traitement s'écarte fort peu de celui de Jamblique, sauf sur un point : l'οὐδέν. Ils vont même plus loin que les commentaires de Nicomaque, car ils ne nient pas seulement qu'il *existe* un nombre avant l'unité, mais même que l'on puisse en *concevoir* un :

Μήκιστον μὲν γὰρ ἀφέστηκεν ἡ ἔννεάς καὶ μονάς, διὸ καὶ πλείστω πλεονεκτεῖ μὲν ἔννεάς, πλεονεκτεῖται δὲ μονάς, τετράδι ὅλη βραχὺ δὲ τούτων ἐνδοτέρω ὀγδοάς καὶ δυάς, διὸ καὶ βραχὺ ἐλάττωνι πλεον μὲν ὀγδοάς, ἔλαττων δὲ δυάς ἔχει τριάδα γὰρ· εἰθ' ἑξῆς τούτοις ἑβδομάς τε καὶ τριάς, διὰ τοῦτο τῇ ἑξῆς ποσότητι ἐλαττοῦται μὲν τριάς, πλεονάζει δὲ ἑβδομάς· δυάδι γὰρ ἐνδοτέρω δὲ τούτων καὶ προσεχῶς τῇ πεντάδι,

76. Asclépius de Tralles, *op. cit.* (n. 75), I, 57, p. 33 et s.

77. Ps-Jamblique, *Théol. arith.*, p. 3, 2. Il ne faut pas sous-estimer le rôle d'une telle analogie dans le rejet du zéro, car elle perdure jusqu'à Byzance, où le zéro n'apparaît qu'au XIII^e siècle. Voir Nicolas Rhabdas, *Exposition de la science du calcul*, éd. Tannery, p. 102, 17 et s. : « L'unité n'étant pas un nombre, elle engendre les nombres, en tant que source, racine et point de départ de toute multiplicité, *préservant l'image du divin* (εἰκόνα σῶζουσα θείου). » L'enjeu théologique du concept de zéro apparaît plus clairement encore dans le *Livre de la Création* (II^e-VI^e s.), traité juif de cosmogonie aux forts accents néopythagoriciens, qui demande : « Avant l'Un, que comptes-tu ? » ; un commentaire du X^e siècle apporte cette réponse : « Il n'y a rien qui puisse exister ni être conçu avant l'unité. De même Dieu [...] n'a rien avant lui. » (Saadia Gaon, *Commentaire sur le Sefer Yetzira*, trad. M. Lambert, Verdier, Lagrasse, 2001, p. 104.)

ὥσανεὶ τῇ ἄορτῇ, τετράς τε καὶ ἐξᾶς τῷ ἐλαχίστῳ πλεονεκτοῦσα· ἐλάττων γὰρ τούτου ἀριθμὸς οὐκέτι νοεῖται⁷⁸.

Neuf et l'unité étant les plus éloignés, neuf est le plus en excès, tandis que l'unité est la plus en défaut, *d'une tétrade* entière ; juste au-dessous sont huit et la dyade, et c'est pourquoi huit est un peu moins en excès, la dyade un peu moins en défaut, à savoir *d'une triade* ; à leur suite sont sept et trois, donc c'est de la quantité suivante que trois est inférieur et sept supérieur, à savoir *d'une dyade* ; au-dessous, tout près de cinq comme du fléau de la balance, quatre et six, en excès de *la plus petite quantité, car on ne conçoit pas de nombre plus petit qu'elle*.

Tout comme dans le commentaire d'Asclépius, le propos est dogmatique, sans argument. La pointe polémique réside dans les mots ἐλάττων οὐκέτι νοεῖται, réponse manifeste au νοούμενον ἔλαττων de Jamblique, comme le confirme la suite. En effet, cette critique implicite continue à propos de la manière de rétablir l'égalité. Tout comme Jamblique, les *Théologoumènes* disent qu'il faut enlever à chaque nombre en excès le cinquième terme (πέμπτον) à partir de lui, mais, arrivés au point où Jamblique introduit l'οὐδέν, ils font visiblement tout pour étouffer cette idée :

[...] τὰ ἀπὸ τῶν πλεονεκτούντων τεταγμένα πέμπτα ἀφαιρεθέντα αὐτῶν εἰ προστεθείη τοῖς πλεονεκτούμενοις, τὸ ζητούμενον ἀπεργάζεται· [...] ἀνὰ ἐ' γὰρ ἅπαντα ἔσται μόνη γὰρ αὕτη ἀναφαίρετός τε καὶ ἀπρόσθετος διαμένει, ὡς ἂν μήτε πλέον μήτε ἔλασσον, ἀλλὰ καὶ τὸ προσήκον καὶ ἐπιβάλλον φύσει μόνη ἔχουσα⁷⁹.

Si l'on soustrait aux nombres en excès le cinquième terme à partir d'eux et qu'on l'additionne aux nombres en défaut, ce que l'on recherche se produit. [...] En effet, tout se fonde sur 5 : *lui seul reste vierge de soustraction et d'addition*, n'ayant ni trop ni trop peu, mais par nature juste ce qui convient et, seul, ce qui lui revient.

La pointe polémique contre Jamblique réside cette fois dans les adjectifs rares ἀπρόσθετος et ἀναφαίρετος : le recours au préfixe négatif traduit le souci manifeste de ne pas utiliser le mot οὐδέν, pour éviter l'ambiguïté inévitable qu'il y aurait à dire que « rien » ne peut être soustrait ni ajouté à 5. Seul le texte de Jamblique justifie ces précautions oratoires.

78. Ps-Jamblique, *Théol. arith.*, p. 38, 4-12. Voir la citation de S. Gaon ci-dessus.

79. *Ibid.*, p. 39, 9-22.

*

* *

Conclusion

Contrairement au concept du *rien* chez Aristote ou Nicomaque, l'οὐδέν de Jamblique est un authentique concept arithmétique : il est non seulement défini comme concept inférieur à l'unité, mais aussi explicitement situé au début de la série des nombres et, pour finir, pourvu des mêmes propriétés opératoires qu'eux pour l'addition, la soustraction et la multiplication. Si Jamblique fut le premier dans la tradition grecque à élaborer un tel concept arithmétique, c'est parce qu'il fut aussi le premier à postuler un principe ontologique antérieur à l'Un. De ce point de vue, la cohérence de sa pensée est entière.

Néanmoins, bien que son innovation arithmétique marque une rupture profonde avec l'arithmétique de Nicomaque, il s'est efforcé pendant plusieurs pages de concilier le concept de l'οὐδέν avec les exigences de l'orthodoxie pythagoricienne, et force est de reconnaître qu'il y a réussi. Pourtant, ses efforts auront été vains : de même que Proclus a refusé l'idée d'un principe ontologique antérieur à l'Un, les disciples de son élève Ammonius, Asclépius et Philopon, ainsi que l'auteur des *Théologoumènes*, attestent que le concept arithmétique de l'οὐδέν a été rejeté comme l'affirmation – inacceptable – qu'il y a un nombre avant l'unité. La naissance grecque du concept de zéro aura été éphémère.

Nicolas VINEL
Centre « Philosophies et Rationalités »
Université de Clermont-Ferrand
nicolas.vinel@free.fr