Les Études classiques 80 (2012), p. 319-342.

QUELQUES TRAITS DE LA MODERNISATION DE LA LANGUE MATHÉMATIQUE PAR APOLLONIUS

Introduction

Dans la *Collection* de Pappus [1], il est écrit qu'Apollonius avait étudié longtemps à Alexandrie sous la direction des disciples d'Euclide ; même si ce passage prête à controverse [2], il traduit au moins le sentiment d'une filiation entre Euclide et Apollonius et complète les indications données par Apollonius lui-même au début de sa préface de *Coniques*, I. A l'époque contemporaine, dans son ouvrage sur les *Coniques* d'Apollonius, Th. L. Heath parle d'*adherence to Euclidean form, conceptions and language* [3].

Les recherches que j'ai menées sur la langue des quatre Livres grecs des *Coniques* d'Apollonius [4], tels qu'ils ont été édités par le commentateur Eutocius, m'ont effectivement assuré que la langue des *théorèmes* était d'un type euclidien affirmé [5]. En revanche, son prédécesseur Archimède relève d'une autre tradition linguistique que celle d'Euclide [6]. Mais cet attachement d'Apollonius à la diction euclidienne n'est pas une imitation sans réserves. Je pense au contraire qu'Apollonius a fait preuve d'une réelle

1. Pappus, *Collection*, VI (éd. F. Hultsch), vol. II, 678, 8.
2. Voir M. Decorps-Foulquier, *Recherches sur les Coniques d'Apollonios de Pergé et leurs commentateurs grecs*, Paris, 2000, 14, n. 28.
3. T. L. Heath, *Apollonius of Perga. Treatise on Conic Sections*, Cambridge, 1895, *Introduction*, p. LXXXVII.
4. Surtout, mais pas uniquement, dans plusieurs livraisons de la *Revue des Études Grecques*, de 1994 à 2009.
5. Sur la distinction qu'il convient de faire, dans les *Coniques*, entre la langue des théorèmes et celles des problèmes (L. I et II), on pourra consulter M. Federspiel, « Les problèmes des Livres grecs des *Coniques* d'Apollonius de Perge. Des propositions mathématiques en quête d'auteur », *LEC* 76 (2008), p. 321-360.
6. Dans *The Ancient Tradition of Geometric Problems*, Boston, 1986, p. 153 et s., W. R. Knorr signale qu'Archimède se rattache à une tradition *mathématique* antérieure à Euclide.

originalité dans son élocution mathématique et que, là comme ailleurs, il a été un mathématicien créateur. On sait par exemple que c'est lui qui a donné aux trois coniques les noms devenus classiques [7] qui remplacent les désignations figurant notamment chez Archimède, chez le mathématicien Aristée et sans doute dans le traité euclidien perdu sur les *Coniques* [8]. Mais ce ne sont que les innovations les plus voyantes. En effet, Apollonius a allégé des expressions euclidiennes canoniques pour leur donner une forme plus concise, allégement qui peut aller jusqu'à la suppression de formules accessoires bien attestées chez Euclide. Il a aussi normalisé des tours qui ne l'étaient pas encore chez ses prédécesseurs.

Les recherches que je présente ici ne sont pas nouvelles. J'ai rassemblé des particularités linguistiques que j'avais déjà signalées dans différentes publications, qui seront signalées en note. Mais il m'a paru utile de reprendre les points les plus intéressants dans une perspective d'ensemble.

Dans chaque cas, j'ai indiqué les innovations d'Apollonius qu'on retrouve chez son imitateur Sérénus, qui les a presque toutes gardées [9]. Ensuite, et à titre de curiosité seulement, j'ai relevé en note quelques faits linguistiques tirés du *corpus* mathématique tardif de Pappus, mais sans leur donner de valeur probante ; en effet, la langue de Pappus est diverse et dépend en partie de ses sources ; les recherches linguistiques touchant la *Collection* de Pappus sont donc difficiles à exploiter, particulièrement pour ce sujet. Enfin, j'ai consulté les *Sphériques* de Théodose de Tripoli, que je mentionnerai brièvement dans les notes ; la langue de Théodose est assez proche de celle d'Euclide et ne semble pas avoir été influencée par celle d'Apollonius ; par exemple, pour m'en tenir aux phénomènes étudiés ici, on trouve chez lui dix occurrences de la combinaison ἀλλὰ δή, fréquente dans les *Éléments* d'Euclide et à peu près abandonnée par Apollonius ; ou encore, en I, 19, Théodose offre deux occurrences du présentatif νενοήσθω, qui est la forme préférée par Euclide (plutôt que νοείσθω) et qui n'existe pas chez Apollonius, comme on verra en son lieu [10].

7. Eutocius, *Commentaires aux Coniques*, dans l'éd. Heiberg d'Apollonius, vol. II, 168 et s. — Pappus, *Collection*, VII, vol. II, 672, 20.

8. « Section de cône rectangle (parabole) », « section de cône obtusangle (hyperbole) », « section de cône acutangle (ellipse) ».

9. Cela prouve que, plusieurs siècles avant l'édition des *Coniques* par le commentateur Eutocius, Sérénus (début du IIIe siècle après J.-C.) disposait d'un texte des *Coniques* dont la langue était substantiellement identique à celle qu'on lit dans l'édition d'Eutocius.

10. L'étendue des *Éléments* fait environ de 5,5 fois celle des *Sphériques*, ce qui fait que la proportion des occurrences de ces deux locutions est du même ordre de grandeur dans les *Éléments* et dans les *Sphériques*.

Enfin, les phénomènes dont je traiterai sont presque tous indécelables à la simple lecture des *Coniques*, même attentive ; ils ne se découvrent qu'à l'occasion d'études systématiques, portant notamment sur la comparaison entre la diction d'Apollonius et celle d'Euclide ou d'Archimède. Par exemple, comment peut-on savoir que, chez Apollonius, l'anadiplose longue a disparu – alors qu'elle est bien attestée chez Euclide –, si le phénomène de l'anadiplose mathématique n'a pas été d'abord repéré et étudié pour lui-même ?

A. La disparition de l'anadiplose longue

J'appelle « anadiplose mathématique » une figure de rhétorique très répandue chez les mathématiciens et probablement inventée par eux. Voici, pris dans les *Coniques*, un exemple d'anadiplose choisi pour le caractère classique de son expression [11] :

Apollonius, *Con.*, I, 2, 12,7 (H. 10, 27).

> Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΑΔ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν· πεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν· πιπτέτωσαν κατὰ τὰ Β, Γ.
>
> Que soient menées des droites de jonction AE et AD et qu'elles soient prolongées ; elles tomberont alors sur la circonférence du cercle ; qu'elles tombent en des points B et G.

Dans cet exemple, j'entends par *anadiplose* la séquence soulignée : πεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν· πιπτέτωσαν κατὰ τὰ Β, Γ, « elles tomberont alors sur la circonférence du cercle ; qu'elles tombent en des points B et Γ ». Elle est constituée de deux membres de phrase, ou côla, formant une période ; en tant que figure de rhétorique [12], l'anadiplose consiste dans la répétion à l'impératif d'un verbe déjà présent dans le premier côlon, le plus souvent au futur. On voit que l'anadiplose mathématique, en tant que figure, n'est qu'une espèce d'un genre stylistique caractéristique de la langue mathématique grecque, la répétition. Elle est définie par un certain nombre de traits linguistiques qui tombent en deux classes. D'abord des traits contingents, qui produisent des variantes et qui ne m'intéressent pas ici. Ensuite, des traits essentiels, tels que si l'un de ces traits manque, il n'y a plus d'anadiplose ; ce sont les suivants : (1) les deux

---

11. Pour les *Coniques*, on trouvera dans cet article une double référence : d'abord à l'édition récente de M. DECORPS-FOULQUIER et M. FEDERSPIEL, Berlin, 2008 (L. 1) et 2010 (L. II-IV), puis à l'édition ancienne de I. L. HEIBERG, signalée par la lettre H. — Euclide et Sérénus sont cités dans les éditions d'Heiberg ; Archimède l'est dans l'édition de Mugler ; Pappus l'est dans l'éditon de Hultsch.

12. Le fait qu'il s'agisse d'une figure de rhétorique fondée sur la répétition n'épuise pas l'originalité du tour.

verbes ont toujours le même sujet ; (2) le verbe du second côlon est toujours à l'impératif ; (3) ce verbe régit toujours un complément qui aurait pu être régi par le premier verbe et qui est toujours désigné par des lettres [13].

Il faut dire d'abord que l'anadiplose n'est aucunement un trait stylistique archaïsant de la langue mathématique. La preuve en est que c'est précisément le Livre I des *Coniques* d'Apollonius qui offre la plus forte densité d'anadiploses dans la mathématique classique, puisqu'on en trouve treize occurrences dans les soixante propositions de ce Livre. Mais Apollonius a apporté la modification suivante à cette figure.

Chez Euclide, il existe une variante d'anadiplose que j'appelle « anadiplose longue », qui apparaît dans des conditions linguistiques particulières. Dans le premier membre, on trouve le futur du verbe συμπίπτω, c'est-à-dire συμπεσοῦνται ou συμπεσεῖται, accompagné du participe du verbe ἐκβάλλω accordé au sujet du verbe. En voici la première occurrence dans les *Éléments* :

I, 27, 39, 4 :

> Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ, ΓΔ συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Α, Γ· ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη κατὰ τὸ Η.
>
> Si ce n'est pas le cas, les droites ΑΒ et ΓΔ, prolongées, se rencontreront soit du côté des points Β et Δ, soit du côté des points Α et Γ ; qu'elles soient prolongées et qu'elles se rencontrent en Η, du côté des points Β et Δ.

On voit que les deux verbes du premier côlon, le participe ἐκβαλλόμεναι et le futur συμπεσοῦνται, sont l'un et l'autre repris à l'impératif dans le second côlon de l'anadiplose. L'existence de six occurrences identiques d'anadiploses longues dans les *Éléments* prouve qu'il s'agit d'un tour canonique chez Euclide [14].

Or on constate que l'anadiplose longue a disparu chez Apollonius, alors qu'on pouvait légitimement s'attendre à l'y trouver dans des conditions linguistiques identiques. Apollonius ne répète plus le verbe ἐκβάλλω, mais uniquement le verbe συμπίπτω. Cela se produit dans deux cas différents.

D'abord, dans un cas où le conséquent συμπιπτέτωσαν ne peut pas exister, par la force des choses :

---

13. J'ai consacré un article à l'étude de l'anadiplose mathématique, ses variantes et sa genèse : « Sur la figure de l'anadiplose dans la langue de la géométrie grecque », *REA* 113 (2011), p. 83-103.

14. Voici la liste des cinq autres occurrences de cette forme longue : *Élém.*, I, 44, 59, 7 ; II, 10, 84, 17 ; VI, 4, 47, 13 ; XI, 14, 20, 4 ; XI, 16, 23, 1.

Con., I, 8, 36, 5 (H. 30, 26) :

> […] αἱ ΖΗ, ΑΓ ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ Γ, Η μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνταιῤ ἐκβεβλήσθωσαν οὖν.
>
> […] les droites ZH et AG, prolongées du côté de G et de H, ne concourront jamais : qu'elles soient donc prolongées.

Ensuite, dans les sept anadiploses suivantes : I, 24, 88, 2 (H. 80, 1) ; I, 28, 98, 3 (H. 86, 25) ; II, 16, 36, 15 (H. 220, 15) ; II, 32, 70, 12 (H. 248, 4) ; II, 50, 124, 4 (H. 290, 18) : III, 36, 264, 3 (H. 400, 10) ; IV, 25, 386, 4 (H. 40, 3). Voici la première :

Con., I, 24, 88, 2 (H. 80, 1) :

> […] ἡ ΔΖ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ <ἐκτὸς> τῆς τομῆς· συμπιπτέτω κατὰ τὸ Α.
>
> […] la droite DZ, prolongée, rencontrera donc le diamètre <à l'extérieur> de la section ; qu'elle le rencontre en un point A.

On voit que, chez Apollonius, à une séquence double du type ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται, répond dans tous les cas le seul impératif συμπιπτέτω. Cette forme abrégée de l'anadiplose ne doit rien à des interventions de copistes. Il est certain qu'il s'agit d'un choix délibéré d'Apollonius, qui s'est efforcé de moderniser la diction euclidienne en supprimant les formes longues, comme on le verra aussi ailleurs.

Cette innovation d'Apollonius n'est pas restée sans lendemain. Ici comme presque partout, Sérénus s'est montré fidèle à la manière apollonienne, en adoptant la même forme brève de l'anadiplose. Dans les deux cas (*Cône*, 32, 196, 8 et 35, 202, 29) où la séquence du premier côlon est du type ἐκβαλλομέναι συμπίπτουσι / συμπεσοῦνται, l'impératif du second côlon est le seul συμπιπτέτωσαν. Davantage encore, Sérénus, toujours dans la ligne d'Apollonius, étend la forme brève de l'anadiplose à l'expression de *Cyl.*, 9, 28, 13, où le verbe répété est τέμνω [15].

Il n'y a pas non plus d'anadiploses longues chez Archimède, mais pour une raison tout à fait différente. Chez Archimède, il n'existe pas d'anadiploses dont le premier côlon comporterait des séquences du

---

15. Inversement, Sérénus offre une occurrence où c'est le participe qui joue le rôle d'antécédent et pas le verbe à un mode personnel ; *Cône*, 54, 262, 6 : καὶ ἐπεὶ ἡ ΕΘ τῆς ΒΗ μείζων ἐστίν, ἡ ἄρα τῇ ΕΘ ἴση ἐναρμοζομένη τῷ ἡμικυκλίῳ τεμεῖ τὴν ὑπὸ ΒΗΑ γωνίαν· ἐνηρμόσθω ἡ ΗΚ ἴση οὖσα τῇ ΘΕ, « puisque EΘ est plus grande que BH, alors une droite égale à EΘ, placée dans le demi-cercle, coupera l'angle BHA ; que soit placée HK égale à ΘE ».

type *participe + verbe* à un mode personnel [16]. Il ne peut donc y avoir chez lui que des anadiploses brèves [17].

B. La tendance à la disparition des impératifs de présentation autres qu'ἔστω

J'ai proposé de réunir les six impératifs intransitivo-passifs δεδόσθω « donner », ἐκκείσθω « placer sur la figure », ἔστω « être », εἰλήφθω / λελήφθω « prendre », κείσθω « placer » et νοείσθω / νενοήσθω « considérer » dans un groupe que j'appelle « impératifs de présentation » [18], par opposition aux impératifs de construction, beaucoup plus nombreux.

Les impératifs de cette classe possèdent les caractères généraux suivants, qui les distinguent essentiellement des verbes de construction ; ce sont ces traits qui permettent d'en donner une liste fermée :

(1) Lorsque les verbes correspondant à ces impératifs se trouvent dans la protase mathématique – qu'il s'agisse d'un théorème ou d'un problème –, et si cette protase est faite de deux parties, ces verbes ne figurent que dans la première partie, mais jamais dans la seconde partie sous quelque forme que ce soit.

(2) Ni dans l'ecthèse, ni dans la construction, ces impératifs ne sont employés en fonction de copules (sauf ἔστω), c'est-à-dire qu'ils ne sont jamais accompagnés d'un attribut du sujet, malgré des apparences qui parfois trompent les traducteurs [19].

(3) Sauf la forme κείσθω, ces impératifs ne sont jamais des anaphores de postulats ou de propositions antécédentes. Lorsqu'il est anaphorique, κείσθω n'est plus un présentatif, comme on verra plus loin. En tant que présentatif, il peut se traduire par « que soit placé *sur la figure* », et il a

16. Bien entendu, il ne faut pas compter l'extrait suivant, dont la structure est tout à fait différente (*Sph. cyl.*, I, 9, 26, 3) : Τέμνοντες δὴ τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας δίχα καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. Λελείφθω τὰ ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ εὐθειῶν.

17. Il n'y a pas d'anadiploses longues ni dans les *Sphériques* de Théodose, ni dans la *Collection* de Pappus.

18. Par exemple, en dernier lieu, dans « Sur l'élocution de l'ecthèse dans la géométrie grecque classique », *AC* 76 (2010), p. 95-116 (p. 112-115).

19. En voici un exemple pris dans la construction d'*Élém.*, IV, 12 : Νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν γωνιῶν σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, « Que soient considérés des repères Α, Β, Γ, Δ et Ε des angles du pentagone inscrit ». — On ne doit pas interpréter σημεῖα comme un attribut de τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, mais comme le sujet de l'impératif passif νενοήσθω. La séquence τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε est en apposition à σημεῖα, et le syntagme σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, qui est en première occurrence dans la construction, est indéfini (« *des* repères »).

alors le sens du verbe composé ἐκκείσθω ; lorsqu'il n'est pas présentatif, on le traduira par « que soit placé *de telle ou telle manière* ».

On constate que δεδόσθω, ἐκκείσθω, εἰλήφθω / λελήφθω et νοείσθω / νενοήσθω sont toujours présentatifs chez les trois auteurs classiques et Sérénus, mais pas ἔστω et κείσθω, qui ne le sont pas toujours. Voici un examen rapide de chacun d'entre eux.

(1) L'impératif δεδόσθω est typiquement archimédien [20] ; en revanche, il n'existe pas dans les *Éléments* et les *Data* d'Euclide. Il y en a une occurrence chez Apollonius, dans le problème *Con.*, II, 4, qui a été inséré par Apollonius sans guère de retouches et dont la langue est plus proche de celle d'Archimède que de celle d'Euclide. Mais on ne peut pas dire que cet impératif ait disparu de la langue d'Apollonius, puisqu'il n'est déjà pas euclidien. Sérénus en a trois occurrences [21], qui se trouvent dans des ecthèses et sont anaphoriques d'une forme du verbe dans la protase correspondante, comme c'est le plus souvent le cas chez Archimède [22].

(2) L'impératif εἰλήφθω / λελήφθω n'est pas rare chez Archimède [23] ; il est très fréquent chez Euclide et aussi chez Apollonius, qui l'a pleinement accepté, ainsi que chez Sérénus [24]. On traduit généralement ce verbe par « prendre », mais il faut l'entendre au sens de « prendre par l'esprit, considérer ».

(3) L'impératif ἐκκείσθω, toujours présentatif chez les auteurs classiques et Sérénus, se trouve à seize reprises chez Archimède, dont quinze dans *Sph. cyl.* et 1 dans *Con. sphér.* Il est encore plus fréquent chez Euclide, qui en offre soixante-dix-huit occurrences, surtout dans les Livres X et XIII, dont il est un marqueur. Il est très intéressant de constater qu'Apollonius n'en présente plus que quatre occurrences, toutes placées dans les *problèmes* du Livre II, c'est-à-dire dans des propositions peu retouchées par Apollonius lui-même [25]. Apollonius a donc refusé délibé-

---

20. On en trouve 13 occurrences, auxquelles il faut ajouter des formes périphrastiques comme ἔστω διδόμενος κῶνος (*Sph. cyl.,* II, 1, 102,10) et ἔστω κύκλος δεδομένος ὁ ΑΒΓΔ (*Spir.*, 8, 21, 1). La plupart de ces occurrences se trouvent dans les ecthèses et sont anaphoriques d'un participe de ce verbe dans la première partie de la protase.

21. *Cyl.*, 23, 70, 12 ; 24, p. 74,19 ; *Cône*, 25, 176, 15.

22. La *Collection* de Pappus présente 3 occurrences de δεδόσθω, toutes présentatives : II, 26, 1 ; IV, 248, 1 ; VIII, 1094, 28.

23. Qui présente aussi la forme dorienne λελάφθω.

24. La variante λελήφθω n'existe pas dans la *Collection* de Pappus, qui présente en revanche 79 occurrences d'εἰλήφθω. Il y a 29 occurrences d'εἰλήφθω dans les *Sphériques* de Théodose.

25. II, 51, 134, 1 et 16 (H. 300, 4 et 27) ; II, 52, 140, 9 (H. 308, 1) ; II, 53, 144, 20 (H. 312, 18).

rément d'employer ἐκκείσθω, qu'on ne trouve jamais dans ses théorèmes. Sérénus l'a suivi sur ce point, sauf en deux endroits [26].

(4) La situation de l'impératif νοείσθω / νενοήσθω, toujours présentatif chez les auteurs classiques et Sérénus, est la suivante. Euclide a une seule occurrence du thème de présent νοείσθω, mais huit du parfait νενοήσθω. Chez Archimède, on ne trouve que νοείσθω, mais dans soixante-trois occurrences ; c'est donc un véritable marqueur de la langue de cet auteur. Apollonius en présente trois occurrences, et seulement dans les *problèmes* du Livre I [27], où il a conservé sans changement ces occurrences issues d'une tradition linguistique non euclidienne. Dans les théorèmes, Apollonius a donc délibérément écarté l'emploi de ce verbe, parachevant ainsi le mouvement euclidien. Enfin, Sérénus a suivi Apollonius, puisqu'on ne trouve en tout qu'une seule occurrence de ce verbe, sous la forme νενοήσθω [28].

(5) J'ai gardé pour la fin l'impératif κείσθω, dont la situation est très différente. Il est fréquent chez les trois auteurs du *corpus* classique. Mais il n'est employé comme verbe de présentation que chez Archimède, dans onze des vingt-neuf occurrences de l'impératif ; en tant qu'impératif de présentation, c'est donc un marqueur de la langue archimédienne [29] ; dans sa fonction présentative, je le traduirais volontiers par « que soit placé *sur la figure* », comme le composé ἐκκείσθω, dont il est une variante.

Ailleurs, c'est-à-dire chez Euclide ou chez Apollonius, il n'est jamais présentatif. Dans la plupart des cas, il est employé comme anaphore de l'infinitif θέσθαι de la protase d'*Élém.*, I, 2 [30] et n'a donc pas de sens présentatif. Pareillement, même dans des cas où il n'est pas anaphorique d'*Élém.*, I, 2, il peut avoir aussi le sens *non présentatif* de « que soit placé *de telle ou telle manière* » [31]. Mais il y a au moins une exception chez

26. *Cyl.*, 20, 60, 1 ; 22, 68, 1. — La *Collection* de Pappus offre 32 occurrences de ἐκκείσθω, mais toutes ne sont pas présentatives. Il n'y en a aucune dans les *Sphériques* de Théodose.

27. I, 52, 54 et 56.

28. *Cyl.*, 26, 80, 10. — La *Collection* de Pappus offre 18 occurrences de νοείσθω (qui ne sont pas toutes présentatives), et une occurrence de νενοήσθω. J'ai déjà dit dans l'*Introduction* que les *Sphériques* de Théodose offrent deux occurrences de cette dernière forme.

29. Voici la liste des occurrences : *Sph. cyl.*, I, 2, 13, 7 ; 7, 21, 18 ; 8, p. 24, 2 ; 13, 37, 20 ; 44, 99, 1 ; *Sph. cyl.*, II, 1, 102, 11 ; 2, 106, 22 ; *Spir.*, 6, 19, 10 ; *Méth.*, 9, 110, 23 ; *Corps flott.*, II, 2, 25, 2 ; 10, 64, 1.

30. Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι, « En un point donné, placer une droite égale à une droite donnée. » — Il y a aussi d'autres formulations anaphoriques du même genre, avec d'autres grandeurs que des droites.

31. Par exemple en *Élém*, VI, 4 : Κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ, « Que ΒΓ soit placée dans le prolongement de ΓΕ en ligne droite ».

Euclide, en *Data*, 5 où, au début de la construction, on trouve le syntagme κείσθω γὰρ δεδομένον μέγεθος τὸ ΔΖ ; or, au début de la construction de *Data*, 8, c'est l'impératif existentiel ἔστω qui est employé au lieu de κείσθω : ἔστω γὰρ δεδομένον τὸ Δ ; ce parallélisme nous assure que, à cet endroit, κείσθω est bien un verbe de présentation ; dans les deux cas, il s'agit d'une variante périphrastique du monolecte δεδόσθω. En n'employant pas l'impératif κείσθω au sens présentatif, Apollonius est donc rigoureusement fidèle à l'usage euclidien. De même pour Sérénus [32].

Voici, en résumé, la position d'Apollonius à l'égard des verbes de présentation :

On aura remarqué que, déjà chez Euclide, ces impératifs sont moins fréquents que dans la langue d'Archimède. Je pense que la diction archimédienne, antérieure à celle d'Euclide, bien qu'Archimède lui soit un peu postérieur, garde encore des traces très nettes du foisonnement primitif des verbes de présentation. La tendance qu'on voit poindre chez Euclide, et qui est une tendance normalisatrice, a été poursuivie par Apollonius, qui a éliminé presque complètement les impératifs de présentation au bénéfice d'ἔστω *existentiel*.

En dehors d'ἔστω, le seul qui soit vivant chez lui est l'impératif εἰλήφθω. La raison en est, à mon avis, que le verbe λαμβάνω est fréquent dans la première partie de la protase, ce qui rend obligatoire sa reprise sous la forme εἰλήφθω dans l'ecthèse. Le nombre relativement grand d'occurrences obligatoires a dû, par analogie, favoriser les emplois de cet impératif dans les constructions.

Enfin, sauf exceptions sporadiques qu'on a vues, Sérénus s'est aligné sur la position de son modèle Apollonius.

C. La quasi-disparition des syntagmes discontinus du type ἔστω + participe

Dans les textes géométriques, il y a de nombreuses occurrences d'un tour composé au moyen de l'impératif ἔστω suivi d'un participe accordé au sujet de l'impératif [33]. Le plus souvent, ce syntagme se trouve dans

32. La *Collection* de Pappus présente 127 occurrences du simple κείσθω, présentatives ou non. Les 5 occurrences des *Sphériques* de Théodose sont toutes non présentatives.

33. J'ai déjà traité le sujet dans l'article cité *supra*, n. 18 (p. 104-107 et 108). On y trouvera notamment des occurrences intéressantes chez Aristote.

l'ecthèse [34] ; l'impératif est alors existentiel. Voici par exemple *Élém.*, I, 4 :

Protase :

> Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, κ τ λ .
>
> Si deux triangles ont les deux côtés égaux aux deux côtés, etc.

Ecthèse :

> Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα, κ τ λ .
>
> Soient deux triangles ABG et DEZ ayant les deux côtés AB et AG égaux aux deux côtés DE et DZ, etc.

Dans ce cas particulier, le syntagme discontinu ἔστω ... ἔχοντα de l'ecthèse est anaphorique du subjonctif ἔχῃ de la protase.

Mais on a parfois une structure différente, comme par exemple dans *Élém.*, I, 6 :

Protase :

> Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, κ τ λ .
>
> Si les deux angles d'un triangle sont égaux l'un à l'autre, etc.

Ecthèse :

> Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ, κ τ λ .
>
> Soit un triangle ABG ayant l'angle ABG égal à l'angle AGB, etc.

Dans cette occurrence, aucun des éléments du syntagme discontinu ἔστω ... ἔχον n'est anaphorique du subjonctif ὦσιν de la protase, qui est copulatif.

Bien entendu, le syntagme discontinu n'a rien d'obligatoire. C'est ainsi qu'on trouve le simple ἐχέτω dans la seconde partie de l'ecthèse d'*Élém.*, I, 8 :

> [...] ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην.
>
> [...] et qu'ils aient aussi la base ΒΓ égale à la base EZ.

34. Chez Archimède, dont la langue est moins régulière que celle d'Euclide ou d'Apollonius, le diorisme est souvent omis, ce qui fait que l'ecthèse et la construction sont parfois indiscernables, comme par exemple dans *Sph. cyl.,* I, 18, où l'on trouve deux occurrences d'un syntagme de ce type dans la partie qui suit directement la protase : Ἔστω γὰρ γινόμενος κῶνος (66, 17) ; et ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔστω βάσιν ἔχων, κ τ λ .

Dans cette proposition I, 8, ἐχέτω est anaphorique du subjonctif ἔχῃ de la protase. On pourrait donc songer à dire que le syntagme discontinu ἔστω ... ἔχοντα n'est qu'une variante *stylistique* du monolecte ἐχέτω. Ce n'est pas exact. En effet, dans les cas où l'on trouve la forme simple ἐχέτω, l'existence de l'objet mathématique n'est pas posée explicitement. S'il veut préciser cette existence, le mathématicien a le choix entre deux tours, d'abord le tour analytique du type : ἔστω δύο τρίγωνα [...], ἐχέτω δὲ ..., ensuite le tour discontinu synthétique que l'on trouve dans *Élém.*, I, 4 : ἔστω δύο τρίγωνα [...] ἔχοντα. Il faut donc préciser que le syntagme discontinu est une variante *existentielle* du monolecte ἐχέτω.

Mais, je le disais plus haut, l'impératif ἔστω n'est pas toujours existentiel. Dans la géométrie classique, il existe effectivement quelques rarissimes occurrences du syntagme discontinu où l'impératif est copulatif. Je les ai rencontrées chez Archimède [35]. C'est un indice parmi d'autres du fait que la langue d'Archimède est nettement moins normalisée que celle d'Euclide et surtout que celle d'Apollonius. En voici un exemple, où la valeur existentielle est portée par l'impératif de présentation εἰλήφθωσαν :

Sph.cyl., I, 32, 75, 9 :

> Εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ, καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν Ξ κύκλον ἴσον τῷ Μ.
>
> Que soient pris deux cônes O et X, et que le cône X ait pour base le cercle X égal au cercle M.

Dans les *Éléments*, en dehors de l'ecthèse, on ne trouve ce type de syntagme discontinu au sens existentiel que dans le Livre X, dont il est un marqueur essentiel. Le tour se trouve de façon quasiment identique dans presque tout le groupe des propositions *Élém.*, X, 91-113, juste après le diorisme. En voici un exemple :

X, 92, 159, 1 :

> Ἔστω γὰρ τῇ ΑΔ προσαρμόζουσα ἡ ΔΗ.
>
> Soit *une* droite DH s'ajustant avec AD (on doit sous-entendre εὐθεῖα *devant* DH et pas après).

En revanche, il ne faut pas interpréter de la même manière un tour qu'on trouve dans les *Data*, par exemple juste après le diorisme de la proposition 8, parce que le participe δεδομένον est épithète du substantif μέγεθος qui est le sujet de l'impératif :

35. J'en ai trouvé trois en plus de celle citée dans le texte principal : *C.flott.,* I, 8, 18, 18 ; II, 5, 63, 9 ; *Con. sph.*, 15, 191, 12. Ces quatre occurrences ne se trouvent pas dans des ecthèses. — Pour des occurrences copulatives hors du *corpus* classique, voir la n. 42 de l'article cité *supra*, n. 13.

Ἔστω γὰρ δεδομένον μέγεθος τὸ Δ.

Soit une grandeur donnée D.

Chez Archimède, on trouve une quinzaine d'occurrences du syntagme discontinu dans les constructions, c'est-à-dire en dehors de l'ecthèse ou de la partie de la proposition qui suit directement la protase et que l'on peut considérer comme une ecthèse ; l'impératif est le plus souvent existentiel, sauf dans les quatre occurrences mentionnées ci-dessus.

Chez Apollonius, enfin, la situation est tout à fait particulière. D'une part, on ne trouve chez lui aucune attestation de ce tour dans les constructions. D'autre part, dans les ecthèses mêmes, il n'en présente que trois occurrences [36]. Il s'agit des deux *problèmes* I, 52 et II, 4, où Apollonius n'a pas effacé toutes les traces linguistiques de ses emprunts à ses prédécesseurs ; ensuite, dans le théorème *Con.*, IV, 36, 408,1 (H. 56,1), qui n'a peut-être pas été non plus complètement retouché.

En somme, Apollonius a refusé délibérément le syntagme discontinu ἔστω + participe. On peut ajouter que, plus souvent qu'Euclide ou Archimède, il fait commencer ses ecthèses par un simple ἔστω existentiel, souvent suivi d'un ou plusieurs impératifs ayant d'autres sujets. C'est même le cas de toutes les ecthèses du Livre I des *Coniques*. La lecture des ecthèses d'Apollonius donne le sentiment d'une diction plus analytique, donc plus fluide, que chez ses prédécesseurs dans cette partie de la proposition mathématique. La disparition chez lui des syntagmes discontinus renforce ce sentiment.

Sur ce point particulier, Sérénus n'a pas suivi Apollonius, puisque l'on trouve chez lui dix attestations de ce syntagme discontinu, dont neuf dans des ecthèses (ou ce qui tient lieu d'ecthèse, lorsqu'il n'y a pas de protase) [37]. Je me perds en conjectures sur les raisons qui ont conduit Sérénus à revenir sur ce point à la diction préapollonienne [38].

Un mot pour finir sur le tour ἔσται + participe. Il n'a aucun rapport avec le précédent, malgré les apparences ; il s'agit en fait d'un tour périphrastique, qui n'est qu'une variante stylistique du futur passif simple du

36. J'en ai parlé plus longuement p. 108 de l'article cité *supra*, n. 18.

37. *Cyl.*, 1 et 25 ; dans 1, il y a anaphore de la protase ; *Cône*, 13, 30, 21, 24 (début de la construction) ; 26, 33, 55 et 56 (dans ces deux dernières attestations, il y a anaphore de la protase).

38. Dans la *Collection* de Pappus, il y a plusieurs syntagmes discontinus ἔστω + participe, par exemple du type (II, 8, 13 et *passim*) : ἔστω τις ἀριθμὸς ὁ Α ἐλάσσων μὲν ἑκατοντάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκάδος, « *Soit* un certain nombre A, plus petit que la centaine, et *mesuré* par la dizaine ». Le syntagme ἔστω … μετρούμενος est la variante attendue du monolecte μετρείτω.

verbe, et où ἔσται n'a pas le sens existentiel mais copulatif. On le trouve surtout dans les Livres III et IV des *Éléments*, où le participe est au parfait. Il y en a aussi quelques attestations chez Archimède [39]. Chez Apollonius, dans les *problèmes* du Livre II, on a plusieurs occurrences du type ἔσται δοθεῖσα, simple variante périphrastique du monolecte δοθήσεται ; ce sont très clairement des formes qui figuraient dans le modèle d'Apollonius et qu'il n'a pas effacées ; c'est là encore un marqueur des problèmes des Livres II qui m'avait échappé dans mon étude sur les problèmes des Livres grecs d'Apollonius [40]. Dans les théorèmes, en revanche, on ne trouve que deux formes périphrastiques [41] ; autrement dit, dans les théorèmes d'Apollonius, les formes longues périphrastiques ont quasiment disparu, comme les syntagmes discontinus, qui leur ressemblent.

Sur ce point encore, Sérénus se démarque de son modèle, puisque son traité sur le *Cylindre* offre cinq occurrences du tour périphrastique, dont trois dans la protase [42]. Je me perds derechef en conjectures sur ses raisons.

D. La disparition de la clausule ἑκατέρα ἑκατέρᾳ

Dans le titre de cette section, j'ai pris pour archilemme de la clausule sa forme la plus fréquente. On trouve aussi des formes comme ἑκατέρα ἑκατέρας ou ἑκάτερον ἑκατέρου, etc., selon le genre ou la fonction des termes désignés par les pronoms. Voici la première occurrence de la clausule dans les *Éléments* :

I, 4, 10, 11 :

> Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, κ τ λ.
>
> Si deux triangles ont les deux côtés égaux aux deux côtés chacun à chacun, etc.

Le syntagme dont il est question ici possède trois traits essentiels, c'est-à-dire tels que si l'un manque, il n'y a plus de clausule.

---

39. Dans le même ordre d'idées, il y a une occurrence du même tour, mais avec ἐστι, en *Sph. cyl.*, II, 1, 103, 12.

40. Citée *supra*, n. 5.

41. D'abord en *Con.*, III, 47, 298, 10 (H. 428, 25) : τεταγμένως ἄρα ἔσται κατηγμένη ἐπὶ τὴν AB « ce sera donc une droite abaissée sur AB de manière ordonnée » ; puis en *Con.*, IV, 55, 456, 4 (éd. H. 90, 2) : Πάλιν γὰρ ἔσται ἡ AB ταῖς ΑΒΓΔ, ΕΖ ἀντικειμέναις συμπίπτουσα κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ τέσσαρα, « En effet, la section AB rencontrerait de nouveau les opposées ΑΒΓΔ et EZ en plus de quatre points ». On remarquera que ces occurrences sont dans des Livres dont Apollonius a moins soigné la révision.

42. *Cyl.*, 1, 5, 12, 30 et 31.

(1) Structurellement, c'est un syntagme *continu*.

(2) Syntaxiquement, les termes du syntagme sont en apposition à des substantifs.

(3) Stylistiquement, il est toujours placé en hyperbate à la fin d'une proposition grammaticale ou du moins d'un côlon complet [43] ; c'est pourquoi je l'ai appelé *clausule* [44] ; l'effet stylistique est très net [45].

Mais il existe aussi dans le *corpus* classique une variante rare qui prend la forme du syntagme *discontinu* ἑκατέρα ... ἑκατέρᾳ. Ce syntagme ne comporte aucun des traits que je viens d'énumérer ; non seulement il est discontinu, mais encore le premier *ἑκατέρα est sujet du verbe et pas en apposition à un substantif ; enfin, le syntagme n'est pas en hyperbate. J'en ai trouvé quelques attestations dans les *Éléments*, une chez Archimède et une encore chez Apollonius [46] ; voici l'occurrence d'Apollonius :

> Ἐὰν ἑκατέρα τῶν ἀντικειμένων ἑκατέρας τῶν ἀντικειμένων καθ' ἓν ἐφάπτηται, κ τ λ .
>
> Si chacune de deux opposées est tangente en un point à chacune de deux opposées, etc.

Si l'auteur de cette protase avait voulu employer la clausule, il aurait écrit ceci :

> *Ἐὰν αἱ ἀντικείμεναι τῶν ἀντικειμένων ἑκατέρα ἑκατέρας, κ τ λ .
>
> Si des opposées sont tangentes en un point à des opposées, chacune à chacune, etc.

Ce qui est intéressant, c'est qu'Archimède et Apollonius ne connaissent pas le syntagme *continu* ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, sauf dans l'emploi très particulier suivant. Il s'agit du cas où ce syntagme sert à expliciter l'établissement d'une proportion. En voici une occurrence chez Archimède [47] :

> Καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, ὡς δὲ ἁ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, οὕτως ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας.

---

43. C'est par exemple le cas d'*Élém.*, I, 7, 15, 1.

44. J'ai trouve une exception où le syntagme continu n'est pas en position de clausule, dans la protase et la conclusion d'*Élém.*, V, 3 ; la place canonique de la séquence ἑκάτερον ἑκατέρου serait après πολλαπλάσιον.

45. L'ouvrage de D. FEHLING (*Die Wiederholungensfiguren und ihr Gebrauch bei den Griechen vor Gorgias*, Berlin, 1969) traite de ce genre de répétition dans le chapitre intitulé *Die Formen* ἀνὴρ ἄνδρα *und Verwandtes* (p. 221-234). Quoique Euclide soit postérieur à Gorgias, l'ouvrage est utilisable pour l'étude de la langue mathématique, dont il ne parle évidemment pas.

46. Eucl., *Élém.*, IV, 7, 8, 9, 11 (*bis*), 13 (*bis*), 14 ; X, 53, 60, 89, 10 ; Archim., *Équil.*, II, 5, 109, 10 ; Apoll., *Con.*, IV, 52, 444, 12 (H. 82, 17).

47. *Équil.*, I, 6, 85, 17.

> Puisque DG est à GE comme A est à B, et que LH est à HK comme DG est à GE – car les droites sont doubles chacune de chacune. (LH est double de DG, et HK est double de GE, ce qui permet d'établir la seconde proportion).

Ce tour, qui est lui aussi très rare, se rencontre cependant chez les trois auteurs du *corpus* classique, et avec une fréquence analogue [48]. Malgré l'identité de la forme (c'est un syntagme continu), il ne s'agit pas de la clausule qui m'intéresse ici, parce que ce syntagme n'est pas en apposition ni en hyperbate (malgré les apparences) ; il forme une proposition grammaticale à lui tout seul, dont le sujet est ἑκατέρα.

Quant à la clausule proprement dite, pourvue des trois traits énumérés plus haut, le seul auteur classique qui l'emploie est Euclide. J'ai dressé ailleurs une liste des occurrences euclidiennes [49], qu'on ne trouve que dans les *Éléments*. À lui seul, le Livre I en a plus de la moitié. Le plus souvent, la clausule entre dans des expressions où il est question de l'égalité d'éléments de triangles, côtés ou angles (dans les cas d'égalité des triangles). Il résulte de cette particularité que la principale raison de l'absence de la clausule chez Apollonius (et chez Archimède) est l'absence du contexte mathématique où elle est de rigueur chez Euclide, je veux dire la géométrie élémentaire du triangle.

Certes, la clausule a le grand avantage de produire des expressions dépourvues d'ambiguïté. Mais, comme elle figure toujours en appendice d'une séquence grammaticale elle-même *complète*, elle a dû donner l'impression d'une formule aisément supprimable. Le principe d'abréviation, qui tient un rôle très important dans l'élocution mathématique grecque et dont j'ai plus longuement traité ailleurs [50], a joué ici aussi. Ce n'est pas seulement sa disparition chez Apollonius qui me permet de le dire ; en effet, chez Euclide lui-même, la clausule est bien plus souvent absente qu'attestée ; l'ampleur du phénomène me donne à penser que ces omissions ne sont pas imputables aux copistes, mais aux rédacteurs de ces

---

48. Euclide, *Élém.*, VI, 33, 101, 24 ; X, 53, 89, 23 ; X, 67, 116, 10 ; Archim., *Équil.*, I, 6, 85, 17 ; II, 1, 102, 1 ; *Mesure*, 3, 143, 5 et 9 ; Apoll., *Con.*, III, 8, 182, 5 (H. 330, 26) ; III, 41, 282, 16 (H. 414, 27) (manque le génitif ἑκατέρας) ; III, 41, 282, 25 (H. 416, 10) ; III, 44, 290, 4 (H. 422, 23) (manque le génitif ἑκατέρας).

49. « Notes linguistiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (*Première partie*) », *REG* 112 (1999), p. 409-443 (p. 440-443, n. 52). Je n'ai pas repris ici tout ce qu'il y a dans cet article. Les deux développements se complètent l'un l'autre. On peut consulter aussi mon article intitulé : « Sur quelques effets du "principe d'abréviation" chez Euclide », *LEC* 71 (2003), p. 321-352.

50. Cf. la seconde référence de la n. 49. Les expressions abrégées ont la particularité essentielle de n'être pas agrammaticales, ce qui signifie que les excisions ne se font pas n'importe comment.

propositions. Le désir d'alléger l'expression explique que les omissions chez Euclide ne se rencontrent pas dans les protases, toujours plus soignées d'un point de vue linguistique, mais dans les démonstrations. J'ai dressé ailleurs une liste des propositions euclidiennes où la clausule est omise dans des démonstrations de propositions dont les protases les comportent [51].

En supprimant partout la clausule, Apollonius n'a donc fait que pousser à son terme la tendance qu'on constate déjà dans les démonstrations euclidiennes. Dans les *Coniques*, la suppression de la clausule se fait de deux façons : soit par l'emploi d'un tour où il ne reste qu'un seul pronom, soit par l'élimination de la clausule tout entière. C'est précisément l'existence de ces deux cas de figures, représentant deux paliers d'évolution, qui me conduisent à dire que, chez Apollonius, il y a une modification délibérée de l'héritage euclidien.

a. *Premier type*

On le trouve dans les protases de II, 31, 32 et 36, dans la construction de IV, 19 et dans l'ecthèse de IV, 31. Voici l'occurrence de la protase de II, 31 :

> Ἐὰν ἑκατέρας τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἅπτωνται, κ τ λ .

Cet énoncé se traduit littéralement par « Si deux droites sont tangentes à chacune de deux sections opposées, etc. ». La traduction littérale est trompeuse, car elle pourrait laisser croire qu'il y a six termes, c'est-à-dire deux sections et deux tangentes par section, alors qu'il n'y a qu'une seule tangente par section. Cet énoncé n'a de sens que par référence au tour de type euclidien : *Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἅπτωνται ἑκατέρα ἑκατέρας, « Si deux droites sont tangentes à deux sections opposées chacune à chacune ». Dans le texte transmis, le pluriel δύο εὐθεῖαι [52] est un pluriel distributif et pas un pluriel sommatif ; dans le tour attendu, de type euclidien, la distribution est exprimée par la clausule.

En revanche, on peut donner une traduction littérale de l'occurrence de la protase de IV, 18, 372, 7 (H. 28, 16) :

> [...] καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι διαχθῶσι τέμνουσαι ἑκατέραν τῶν τομῶν.
>
> [...] que, de ce point, soient menées deux droites coupant chacune des sections.

51. *Loc. cit.* (première référence de la n. 49), n. 55.
52. Le numéral manque dans les propositions II, 32 et 36 ; mais c'est sans inconvénient.

En effet, chaque droite coupe les deux sections. Le tour n'est pas distributif mais sommatif. On remarquera que le grec ne distingue pas linguistiquement entre le tour distributif des propositions précédentes et le tour sommatif de cette dernière proposition. Voilà un exemple des ambiguïtés qu'on peut rencontrer, surtout dans les protases. On voit aussi que le tour distributif comportant une seule occurrence du pronom est une étape intermédiaire entre la formulation canonique euclidienne et le second type, dont il va être question.

b. *Second type*

C'est celui qui mène à son terme la tendance à la suppression de la clausule. J'en ai trouvé treize occurrences, toutes du même genre et placées dans des protases des Livres II et III [53]. Voici la première (II, 38) :

> Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύωσι συμπίπτουσαι.
>
> Si deux droites qui se rencontrent sont tangentes à des opposées.

Si j'ai gardé la traduction littérale de cet énoncé ambigu, c'est à cause du nombre relativement élevé d'occurrences de ce type. Je pense que, en obéissant strictement à ce que j'ai appelé ailleurs le « principe d'abréviation » [54], le tour est devenu canonique. J'ai donc préféré conserver en français l'ambiguïté de l'expression grecque [55].

Enfin, on trouve chez Sérénus une occurrence de la clausule sous la forme ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, dans la protase de *Cyl.*, 1, et une autre de la forme ἑκάτερον ἑκατέρῳ, dans la protase de *Con.*, 56 [56].

E. La disparition de la combinaison ἀλλὰ δή ainsi que de la particule μήν

(1) Dans les *Éléments*, il y a quarante-deux occurrences de la séquence ἀλλὰ δή [57]. Elle est employée de manière figée et présente les caractères suivants :

---

53. Voici la liste des propositions : *Con.*, II, 38, 39, 40 ; III, 4, 5, 18, 19, 20, 22, 33, 34, 39, 44, 55.

54. Dans le second article cité *supra* à la n. 49.

55. Je n'ai pas trouvé d'occurrences du second type chez Archimède ; mais il y en a au moins une du premier type, en *Con. sph.*,15, 190, 8. Cela me donne à penser que l'absence de la clausule chez Archimède est purement fortuite et due à des situations mathématiques particulières.

56. La clausule n'existe pas chez Pappus. Elle est assez fréquente dans les *Sphériques* de Théodose, dans des contextes de la géométrie élémentaire du triangle.

57. Il y en a 3 dans les *Data*.

– Elle suit toujours une ponctuation forte.

– Elle introduit toujours un impératif placé ou non immédiatement après elle.

– Elle est parfois suivie de l'adverbe πάλιν « derechef, de même ».

– Elle ouvre toujours une nouvelle étape dans un raisonnement, notamment le second terme d'une disjonction.

– Elle est souvent suivie d'un deuxième λέγω, qui ouvre alors souvent la forme canonique complète λέγω δὴ / πάλιν ὅτι καί [58].

Il se trouve que la première occurrence de la séquence qu'on trouve dans les *Éléments* rassemble effectivement tous ces caractères :

I, 26, 37,16 :

> Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὡς ἡ ΑΒ τῇ ΔΖ. Λέγω πάλιν ὅτι καί, κ τ λ .
>
> Que, maintenant, derechef, les côtés qui sous-tendent les angles égaux soient égaux, comme AB à DZ. Je dis derechef que, de plus, etc.

Il s'agit du second terme d'une disjonction annoncée dans la protase (ἤτοι ... ἤ) ; voici le premier (p. 36, 14) :

> Ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ.
>
> Qu'ils [= les triangles] aient aussi un côté égal à un côté, tout d'abord le côté BG des angles égaux au côté EZ.

Chez Archimède, on ne trouve qu'une occurrence de ἀλλὰ δή, en *Sph. cyl.*, I, 11, 32,12. Il s'agit aussi d'un second cas de figure.

Les contextes montrent que la signification de cette combinaison est nettement progressive, d'où ma traduction par « maintenant » [59]. Elle ne se distingue pas vraiment de celle du δή progressif qui suit souvent les impératifs. C'est sans doute pour cela que, chez Apollonius, c'est le simple δή qui remplace presque partout la combinaison ἀλλὰ δή, comme c'est aussi souvent le cas chez Archimède. Puisque les modèles d'Apollonius s'exprimaient dans une langue plus proche de celle d'Archimède que de

58. Cf. M. FEDERSPIEL, « Notes exégétiques et critiques sur le Livre II des *Coniques* d'Apollonius de Pergè (*Première partie*) », *REG* 112 (1999), p. 409-443 (note à II, 3).

59. Cf. J. D. DENNISTON, *The Greek Particles*, Oxford, 1ère éd. 1934 (2e éd.1954), p. 241, section 3. Il est étonnant que J. D. Denniston ne cite jamais les auteurs mathématiques, dont le jeu des particules est pourtant très intéressant, comme il est normal dans les textes argumentatifs.

celle d'Euclide, il est impossible de savoir si ce simple δή se trouvait déjà chez ces auteurs ou si Apollonius a innové pour son propre compte.

Dans le *corpus* des *Coniques*, on trouve quatre attestations de la séquence ἀλλὰ δή : I, 22, 84, 7 (H. 76, 18) ; I, 58, 200, 15 (H. 182, 17) ; IV, 55, 452, 1 (H. 88, 1) ; IV, 56, 462, 1 (H. 92, 9). De ces quatre attestations, il faut d'abord éliminer les deux du Livre IV, puisque les deux propositions 55 et 56 ne sont pas d'Apollonius [60] ; ensuite, celle de I, 58 est au début d'un problème, c'est-à-dire d'une proposition héritée et peu retouchée par Apollonius. Dans les théorèmes des *Coniques*, il ne reste donc que l'occurrence de I, 22, qui a pu échapper à la vigilance d'Apollonius ou provenir d'un copiste trop zélé.

En revanche, Apollonius n'a pas fait école dans sa descendance directe. Sérénus est revenu à l'usage euclidien, puisqu'on trouve chez lui quatre occurrences de la séquence dans *Cyl.* et 8 dans *Cône* [61].

(2) La particule μήν. Elle est assez fréquente chez Euclide, mais jamais à l'état libre ; dans les *Éléments*, on trouve vingt-sept occurrences de ἀλλὰ μήν, six de οὐδὲ μήν et une de μήτε μήν [62]. La combinaison ἀλλὰ μήν est un marqueur des Livres arithmétiques (19 occurrences). Dans les *Data*, μήν n'apparaît que dans une occurrence de ἀλλὰ μήν, au début de la construction de la proposition 51.

Elle est presque complètement inconnue d'Archimède, alors qu'il s'agit d'une particule principalement dorienne, qu'il employait tous les jours [63] ; il n'en présente que trois occurrences [64]. Chez Apollonius, la particule μήν manque totalement, puisque les seules occurrences se trouvent (dans la séquence οὐδὲ μήν) en IV, 55, 456, 4 (éd. H. 90, 1), et 57, 468, 9 (éd. H. 96, 2) [65], c'est-à-dire dans des propositions inauthentiques.

60. M. FEDERSPIEL, « Notes linguistiques et critiques sur le Livre IV des *Coniques* d'Apollonius de Pergè », *REG* 122 (2009), p. 293-317 (p. 307).

61. Il y a 19 occurrences de la séquence ἀλλὰ δή dans la *Collection* de Pappus ; il y en a 10 dans les *Sphériques* de Théodose, comme je l'ai déjà signalé dans l'*Introduction* de cet article.

62. Variante de μηδὲ μήν, en *Élém.*, X, 51, 83, 9.

63. J. D. DENNISTON, *op. cit.* (n. 52), p. 329.

64. 1 occurrence de ἀλλὰ μήν en *Sph. cyl.*, II, 2, 108,v7 ; 2 οὐδὲ μήν, l'un en *C. flott.*, II, 8, 42, 9, et l'autre en 9, 47, 13. On ne trouve pas non plus la forme dorienne μάν.

65. C'est une correction de Halley pour μή des mss.

Sur ce point, Sérénus a adopté l'innovation d'Apollonius, puisque, sur trois occurrences de μήν (ou plutôt οὐ μήν), une seule est dans un passage mathématique [66].

F. La simplification de l'expression de la proportion

Chez Euclide, il arrive qu'une proportion soit introduite par l'opérateur adverbial ἀνάλογον « en proportion », dont l'emploi grammatical est comparable à celui des autres opérateurs – utilisés dans les proportions – que sont ἐναλλάξ, ἀνάπαλιν, συνθέντι, etc. Voici la première occurrence de ce tour dans les *Éléments* :

VI, 3, 45,18 :

> Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ.
>
> Puisqu'une droite AD a été menée parallèlement à l'un des côtés EG d'un triangle BGE, alors, *en proportion*, BA est à AE comme BD est à DG [67].

Dans cet exemple, l'opérateur est au début de l'apodose d'une période causale en ἐπεί et est suivi de la particule ἄρα que, dans cette position, je traduis par « alors ». Mais il existe aussi une seconde espèce, où ἀνάλογον introduit une proposition indépendante qui forme la conclusion d'un raisonnement ; il est parfois aussi suivi de la particule ἄρα (= « donc »).

J'ai compté vingt-cinq occurrences du tour dans les *Éléments* (il n'y en a pas dans les *Data*) dont dix de la première espèce et quinze de la seconde [68] : L. VI (10) ; L. IX (3) ; L. X (3) ; L. XI (2) ; L. XII (1) ; L. XIII (6). Ces vingt-cinq attestations ne forment qu'une toute petite partie des occurrences possibles. Le tour ordinaire, débarrassé de l'encombrant

---

66. *Cyl.*, 30, 104, 11, où il s'agit d'ailleurs d'optique plutôt que de mathématique pure : οὐ μὴν καὶ οὕτω φανοῦνται. — Dans la *Collection* de Pappus, il n'existe qu'une seule occurrence de μήν, dans la séquence οὐ μήν de III, 70, 18.

67. On est ici dans la partie spécifique de la proposition que j'appelle « anaphore », dans « Sur l'opposition *Défini / indéfini,* dans la langue des mathématiques grecques », *LEC* 63 (1995), p. 249-293 (p. 253). En première occurrence, les substantifs exprimant des objets géométriques sont indéfinis, c'est-à-dire ici sans article, d'où ma traduction par « *une* droite (il faut sous-entendre εὐθεῖα *devant* ἡ ΑΔ) », et « *un* triangle ».

68. (A) *Première espèce* : VI, 3, 45, 18 ; VI, 9, 57, 15 ; VI, 10, 58, 14 ; VI, 24, 83, 10 et 14 ; X, 94, 166, 15 ; X, 113, 206, 4 ; XI, 17, 25, 4 et 6 ; XIII, 18, 184, 8.

(B) *Seconde espèce* : VI, 6, 51, 9 ; VI, 18, 69, 13 et 19 ; VI, 20, 75, 6 ; VI, 24, 84, 9 ; IX, 13, 203, 24 et 204, 6 ; IX, 19, 212, 21 ; X, 22, 35, 23 ; XII, 1, 79, 13 ; XIII, 8, 149, 10 ; XIII, 9, 151, 11 ; XIII, 10, 153, 18 et 154, 5 ; XIII, 11, 156, 2.

ἀνάλογον, est celui-ci : <ἔστιν> ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ.

On constate qu'Archimède ne connaît pas cet emploi d'ἀνάλογον, mais seulement la formulation brève. Dans ce cas précis, c'est Euclide qui a conservé ce qu'on peut raisonnablement considérer comme un archaïsme. Mais cela reste une simple hypothèse.

Quant à Apollonius, il n'existe chez lui que deux occurrences de ce tour, l'une du premier type en *Con.*, III, 8, 182, 2 (H. 330, 23), et l'autre du second type en I, 15, 68, 4 (H. 62, 22). Dans un précédent article [69], l'étude des particularités linguistiques des lignes *Con.*, III, 8, 182, 1 (H. 330, 21-23) (notamment la présence d'ἀνάλογον), m'avait conduit à supposer que ce passage pouvait reproduire un texte plus ancien qui n'aurait pas été refait par Apollonius selon ses propres normes. C'est une hypothèse qui a toujours ma faveur. En tout cas, je pense qu'Apollonius a délibérément allégé l'expression en supprimant partout ailleurs l'opérateur ἀνάλογον.

Chez Sérénus, il n'y a aucune attestation du tour long. Davantage même, le tour bref ne présente qu'une seule fois le futur ἔσται, fréquent chez ses prédécesseurs [70].

G. La normalisation de la syntaxe des vocables βάσις, γωνία et πλευρά

J'ai déjà traité ailleurs de ce phénomène, mais dans une autre perspective et plus longuement [71].

Dans les textes géométriques grecs, les substantifs désignant des objets mathématiques obéissent à une règle d'emploi grammatical que, pour mes besoins immédiats, je résume dans les termes suivants :

« Lors de leur première occurrence dans une *partie spécifique* de la proposition mathématique, les substantifs – ou expressions substantivées – ont un sens indéterminé, sauf lorsque l'objet mathématique a déjà été obtenu implicitement par la construction de certains éléments de la figure. Ils sont déterminés dès leur seconde occurrence. »

69. « Notes linguistiques et critiques sur le Livre III des *Coniques* d'Apollonius de Pergè (*Seconde Partie*) », *REG* 121 (2008), p. 514-546.

70. *Cône*, 7, 132, 23. — Dans la *Collection* de Pappus, les emplois d'ἀνάλογον de ce type sont surtout concentrés dans les lemmes des pages VII, 702-736, dont ils sont un marqueur.

71. « Les problèmes des Livres grecs des *Coniques* d'Apollonius de Perge. Des propositions mathématiques en quête d'auteur », *LEC* 76 (2008), p. 321-360 (p. 325-330).

Cette règle a des conséquences intéressantes pour l'emploi de l'article, dans le détail desquelles je n'entre pas ici [72]. Par exemple, un substantif en première occurrence et qui n'a pas été déjà obtenu par la construction d'autres éléments de la figure sera dépourvu de l'article, alors qu'il sera articulé dès la seconde occurrence. Qu'on n'aille pas croire qu'il s'agirait d'une loi stylistico-syntaxique inventée par les mathématiciens ; la langue mathématique grecque ne jouit d'aucun privilège d'extraterritorialité linguistique. Mais je dois préciser que c'est dans les textes mathématiques que l'emploi de l'article est le plus structuré.

Or il existe quelques substantifs qui, chez tous les géomètres de l'Antiquité, sauf Apollonius et Sérénus, sont rebelles à cette loi : βάσις, γωνία et πλευρά [73]. En effet, sauf bévue de l'auteur ou d'un copiste, ces mots restent dépourvus de l'article même après leur première occurrence dans une partie spécifique de la proposition mathématique [74].

Soit par exemple le syntagme fréquent du type γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ. Le substantif γωνία est dépourvu d'article ; le déterminant ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ est en extraposition ; le syntagme est donc apparemment indéfini : « *un* angle ΒΑΓ ». La forme définie attendue est ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία (déterminant enclavé) ou ἡ γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ (déterminant en extraposition). Or, je le répète, sauf bévue (ou réécriture délibérée par les copistes, ce qui revient au même), ces deux dernières formes n'existent pas chez les géomètres autres qu'Apollonius et Sérénus (dans les conditions de la loi ci-dessus, bien entendu). Il en résulte que, chez les auteurs autres qu'Apollonius et Sérénus, le syntagme γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ doit être traduit de deux façons différentes selon sa place dans la démonstration : « *un* angle ΒΑΓ » ou « *l'*angle ΒΑΓ ». En d'autres termes, l'opposition défini / indéfini est alors neutralisée pour le mot γωνία, comme elle l'est aussi pour βάσις et πλευρά.

Dans l'article cité à la n. 71, j'ai essayé de montrer que cette neutralisation était le produit de l'histoire de la langue mathématique grecque, qui plonge ses racines dans un état ancien de la langue. À l'époque archaïque, comme on le voit encore chez Homère ou dans la poésie postérieure [75], le substantif nu est indifférent à l'opposition sémantique déterminé /

72. Cf. mon article cité *supra,* n. 67.

73. Auxquels il faut ajouter certains emplois du mot λόγος, qui ne désigne pas un objet géométrique ; par exemple dans l'expression λόγος δοθείς, dont les attestations les plus anciennes sont dans les *Data* ; mais, comme je n'ai pas l'explication du phénomène pour ces emplois, je n'en parlerai pas ici.

74. Il faut évidemment mettre à part les cas où ces substantifs entrent dans des syntagmes réclamant l'article, par exemple le type ἡ αὐτὴ γωνία.

75. F. R. Adrados, *Nueva sintaxis del griego antiguo*, Madrid, 1991, p. 351-352.

indéterminé, qui ne peut se dégager que de la place du substantif. D'où des traductions différentes dans une langue comme le français moderne, qui connaît elle aussi l'opposition déterminé / indéterminé selon l'ordre d'apparition d'un objet dans le discours, mathématique ou non. Lorsque la valeur déterminée eut reçu en grec une marque morphologique spécifique, c'est-à-dire l'article, l'opposition sémantique est devenue aussi l'opposition morphosyntaxique *présence* / *absence* de l'article. Mais la langue mathématique, forcément conservatrice comme doit l'être une langue technique, a continué d'employer les premiers substantifs de la géométrie du triangle à la manière ancienne ; en revanche, les nouveaux substantifs qui ont enrichi le vocabulaire mathématique ont obéi aux règles de la langue commune.

Mais Apollonius a délibérément rompu avec la tradition. Dans les *Coniques*, il a aligné le traitement des trois mots en question sur celui des autres substantifs du vocabulaire mathématique. Avec une exception de taille : les problèmes des Livres I et II, qui n'ont pas fait l'objet d'une révision poussée de la part d'Apollonius et qui ont conservé le système ancien [76]. À mon avis, l'intervention d'Apollonius dans ce domaine est un élément essentiel de sa modernisation de la langue mathématique.

Pourtant, la puissance de la tradition a été telle que la tentative d'Apollonius a été un échec, puisque seul Sérénus l'a adoptée. Je n'ai trouvé chez ce dernier qu'une seule exception, c'est-à-dire une occurrence conforme à l'usage préapollonien, en *Cône*, 5, 128, 3 [77]. C'est sans doute une simple bévue d'auteur ou de copiste.

Conclusion

Si l'imposition de nouvelles dénominations aux trois coniques est la plus visible des créations linguistiques d'Apollonius, c'est parce qu'elle a été déjà signalée par les Anciens, qu'elle touche à un point fondamental du vocabulaire et qu'elle s'est définitivement implantée dans la langue mathématique. Mais elle laisse dans l'ombre d'autres innovations qui, sans avoir la même importance, ont modifié substantiellement la diction mathématique antérieure. Les phénomènes linguistiques que j'ai rassemblés ici m'inclinent à dire que la langue euclidienne (sans même parler de la langue d'Archimède) fait figure d'archaïque par rapport à celle des *théorèmes* d'Apollonius. Dans ses meilleures parties, notamment dans les théorèmes

76. Voir l'article cité à la n. 72.

77. Où se lit ceci : γωνία ἡ ὑπὸ ΕΗΒ, alors que l'angle EHB est défini implicitement par construction et qu'on attendrait le tour défini ἡ ὑπὸ ΕΗΒ γωνία.

du Livre I, qui sont les plus soignés sur le plan linguistique, la langue d'Apollonius me paraît être la perfection de la langue mathématique grecque. Qu'on me permette d'ajouter que, à mes yeux, les protases des propositions 11, 12 et 13 du Livre I des *Coniques*, constituées d'une seule longue phrase savamment construite, sont parmi les plus beaux échantillons de toute la prose grecque [78].

Michel FEDERSPIEL (†)
Centre de Recherches sur les Littératures et la Sociopoétique (CELIS)
Axe : Littérature et Représentations de l'Antiquité et du Moyen Âge
Université Blaise-Pascal
Clermont-Ferrand

78. Je n'ai pas dit « la prose d'art », car, traditionnellement, depuis les recherches des Sophistes (voir par exemple l'ouvrage classique d'E. NORDEN, *Die antike Kunstprosa,* etc., 5e éd., vol. I, Stuttgart, 1958, p. 16), ce qu'on appelle « la prose d'art » a des caractères qu'on ne retrouve pas dans ces trois protases de *Con.*, I. Sauf un : leur style est périodique, comme c'est fréquemment le cas dans les protases. Il est donc impossible de ranger ces protases et d'autres dans le genre de la prose d'art, défini par les Anciens (sans le nom, qui est moderne) avant que l'expression de la pensée abstraite chez les Grecs eût produit ses meilleurs effets.